

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СТЕРЛИТАМАКСКИЙ ФИЛИАЛ
БАШКИРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

**ФИЗИКА
КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ**

*Сборник трудов
Всероссийской научно-практической конференции*

13 – 15 сентября 2018 г.

Том II

Стерлитамак – 2018

УДК 538.9
ББК 22.3
Ф50

Редакционная коллегия:

д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой общей и теоретической физики

О.В. Ахметова (*отв. редактор*);

д-р физ.-мат. наук, профессор **Н.Н. Биккулова**;

д-р техн. наук, профессор **А.Л. Галиев**;

д-р техн. наук, профессор **А.И. Филиппов**;

канд. физ.-мат. наук, доцент **М.А. Зеленова**;

Физика конденсированного состояния и ее приложения:

Ф50 сборник трудов Всероссийской научно-практической конференции (г. Стерлитамак, 13 – 15 сентября 2018 г.) Т. II/ отв. ред. О.В. Ахметова. – Уфа: РИЦ БашГУ, 2018. – 240 с.

ISBN 978-5-7477-4713-5

В сборнике публикуются труды участников, тезисы докладов Всероссийской научно-практической конференции «Физика конденсированного состояния и ее приложения», состоявшейся 13 – 15 сентября 2018 г. в Стерлитамакском филиале БашГУ. Представленные материалы характеризуют современное состояние и актуальные проблемы физики конденсированного состояния.

Сборник адресован преподавателям, аспирантам и студентам, обучающимся на технических, естественнонаучных, физико-математических факультетах.

УДК 538.9

ББК 22.3

ISBN 978-5-7477-4713-5

© БашГУ, 2018

© Стерлитамакский филиал
БашГУ, 2018

ОРГКОМИТЕТ

Шабаров А.Б., заслуженный деятель науки РФ, Академик РАЕН, действительный член МАН ВШ и ГАК, д.т.н., профессор – председатель оргкомитета (Тюмень);

Ковальский А.А., директор СФ БашГУ, к.ф.-м.н. – сопредседатель оргкомитета (Стерлитамак);

Ахметова О.В., зав. каф. ОиТФ СФ БашГУ, д.ф.-м.н. – сопредседатель оргкомитета (Стерлитамак);

Филиппов А.И., д.т.н., профессор СФ БашГУ – зам. председателя оргкомитета (Стерлитамак);

Михайлов П.Н., зав. каф. АГиМОМ, СФ БашГУ, д.ф.-м.н., профессор (Стерлитамак);

Девяткин Е.М., к.ф.-м.н., доцент кафедры ОиТФ СФ БашГУ(Стерлитамак);

Потапов А.А., к.ф.-м.н., доцент СФ БашГУ (Стерлитамак);

Ягафарова З.А., к.ф.-м.н., доцент СФ БашГУ (Стерлитамак);

Кутушева Р.М., к.ф.-м.н., доцент СФ БашГУ (Стерлитамак);

Зеленова М.А., к.ф.-м.н., доцент СФ БашГУ (Стерлитамак);

Иванов Д.В., к.ф.-м.н., доцент филиала УГАТУ (Ишимбай);

Шишкин Ф.Т., к.п.н., доцент СФ БашГУ (Стерлитамак);

Миколайчук Н.П., к.ф.-м.н., доцент СФ БашГУ(Стерлитамак).

ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

Самхарадзе Т.Г., директор издательства «Научтехлитиздат», д.т.н., проф. – председатель программного комитета (Москва);

Галиев А.Л., д.т.н., профессор СФ БашГУ – зам. председателя программного комитета (Стерлитамак);

Гаязов А.С., президент академии наук Республики Башкортостан, академик АН РБ, д.п.н., профессор (Уфа);

Сабитов К.Б., член-корреспондент АН РБ, д.ф.-м.н., профессор (Стерлитамак);

Куликов В.И., глава администрации городского округа город Стерлитамак (Стерлитамак);

Миловзоров Г.В., д.т.н., профессор кафедры ТДУ, ИжГТУ имени М.Т. Калашникова (Ижевск);

Хасанов М.М., ген. директор «Газпромнефть НТЦ», д.т.н., проф. (Санкт-Петербург);

Титов А.Н., вед. научн. сотр. лаб. Нанокompозитных мультиферроиков, ФГБУН ИФМ УрО РАН, д.ф.-м.н. (Екатеринбург);

Титова С.Г., зав. лаб. Статики и кинетики процессов, ИМЕТ, УрО РАН, д.ф.-м.н. (Екатеринбург);

Биккулова Н.Н., проф. СФ БашГУ, д.ф.-м.н. (Стерлитамак);

Кризский В.Н., зам. директора по НР, д.ф.-м.н., профессор СФ БашГУ (Стерлитамак);

Сыров И.А., зам. директора по УР, д.филол.н., профессор СФ БашГУ (Стерлитамак);

Kamal Kanti Nandi, профессор математики, Северо-Бенгальский университет (Индия);

Нестеров В.Н., заместитель генерального директора по науке - начальник НТЦ ОАО "Самарский электромеханический завод", д.т.н., проф. (Самара);

Якшибаев Р.А., д.ф.-м.н., профессор, директор ФТИ БашГУ (Уфа);

Балапанов М.Х., зав. каф. ОФ БашГУ, д.ф.-м.н., профессор (Уфа);

Альмухаметов Р.Ф., д.ф.-м.н., профессор кафедры ОФ БашГУ (Уфа);

Панфилов П.Е., д.ф.-м.н., профессор кафедры ФКС ИЕН УрФУ (Екатеринбург);

Баранов Н.В., зав. каф. ФКСиНС, УрФУ, д.ф.-м.н., профессор (Екатеринбург);

Хайруллин М.Х., зав. лабораторией ИММ КазНЦ РАН, д.т.н. (Казань);

Арипов Х.К., ТУИТ, проф. каф. «Электроника и радиотехника», д.ф.-м.н. (Ташкент);

Павлюкевич Н.В., член корр. Нац. Академии Беларуси, д.ф.-м.н.(Минск);

Мустафина С.А., декан ФМиИТ СФ БашГУ, д.ф.-м.н., профессор (Стерлитамак);

Мунасыпов И.М., декан ЕНФ, к.ф.-м.н., доцент, СФ БашГУ (Стерлитамак);

Коровин В.М., главный геофизик ОАО «Башнефтегеофизика», д.т.н., с.н.с. (Уфа).

КОНФЕРЕНЦИЯ ПРОВОДИТСЯ ПРИ ФИНАНСОВОЙ ПОДДЕРЖКЕ

РФФИ (проект № Г 18-02-20107)

ОГЛАВЛЕНИЕ

СЕКЦИЯ «ФИЗИКА МАГНИТНЫХ ЯВЛЕНИЙ»	10
<i>Абдуллин А.У.</i> Обменное усиление магнитоупругого взаимодействия в перовскитовых структурах	10
<i>Акрамов Д.Ф., Селезнева Н.В., Баранов Н.В.</i> Изменение магнитного состояния атомов кобальта в системе $\text{Co}_7(\text{Se}_{1-y}\text{Te}_y)_8$	15
<i>Альмухаметов Р.Ф., Абдуллин А.Р.</i> Изучение магнитных свойств суперионных проводников $\text{CuCr}_{1-x}\text{Mn}_x\text{S}_2$	19
<i>Баглаева Ю.А., Шерокалова Е.М., Селезнева Н.В., Баранов Н.В.</i> Магнитные и транспортные свойства высокоинтеркалированных соединений $\text{Fe}_x\text{Ti}(\text{S},\text{Se})_2$	24
<i>Балапанов М.Х., Кубенова М.М., Кутербекоев К.А., Ишембетов Р.Х., Якшибаев Р.А.</i> Фазовый анализ, тепловые и термоэлектрические свойства нанокристаллических сплавов $\text{Na}_{0.15}\text{Cu}_{1.85}\text{S}$, $\text{Na}_{0.17}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$, $\text{Na}_{0.20}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$	28
<i>Баранов Н.В., Плещев В.Г., Селезнева Н.В., Шерокалова Е.М., Волегов А.С.</i> Магнитные и транспортные свойства халькогенидов переходных металлов со слоистыми структурами	37
<i>Григорьева Д.Д., Филатов Н.М., Надольский А.Л.</i> Исследование магнитных и электрических свойств систем кальциевых перовскитов, легированных железом	42
<i>Кислов Е.В., Селезнева Н.В., Наср М.Х.М.М., Баранов Н.В.</i> Влияние оксидов переходных металлов на фазовый состав и сверхпроводящие свойства материалов на основе $\text{Fe}_{1.02}\text{Se}_{0.5}\text{Te}_{0.5}$	49
<i>Коротков В.С., Бражник П.А., Картамышев А.А., Куроедов Ю.Д.</i> Импульсное намагничивание композитных ВТСП-структур для автономных магнитных систем	54
<i>Нуретдинов Т.М., Повзнер А.А., Волков А.Г.</i> Магнитный фазовый переход и особенности электронной структуры $\text{Fe}_x\text{Mn}_{1-x}\text{Si}$	66

<i>Селезнева Н.В., Губкин А.Ф., Казанцев В.А., Бочканов Ф.Ю., Баранов Н.В.</i>	
Влияние замещений на кристаллическую структуру, магнитное упорядочение и фазовые превращения в халькогенидах железа со структурой типа пирротина	67
<i>Топорова Н.М., Шерокалова Е.М., Селезнева Н.В., Баранов Н.В.</i>	
Кристаллическая структура и физические свойства интеркалированного диселенида ниобия	71
<i>Фатыхов Л.М., Фатыхов М.А., Бакирова Д.И.</i>	
Исследования диэлектрических свойств асфальтосмолопарафиновых веществ	75
<i>Шерокалова Е.М., Кондратович Е.С., Селезнева Н.В., Баранов Н.В.</i>	
Влияние механоактивации на магнитные гистерезисные свойства халькогенидов Fe_7S_8 и Fe_7Se_8	80
<i>Якшибаев Р.А., Акманова Г.Р.</i>	
Фазовый переход в двумерном суперионном проводнике $CuCrS_2$	83
СЕКЦИЯ «НЕРАВНОВЕСНАЯ ТЕРМОДИНАМИКА».....	88
<i>Абдуллин А.У.</i>	
Бифуркационные ряды одной экологической системы	88
<i>Ахметова О.В., Идрисова Г.Н., Крючко Н.Ю.</i>	
Асимптотически осредненное значение температуры в трехслойном пласте с вертикальной неоднородностью при закачке.....	93
<i>Валеев Р.Н., Ахметова О.В., Тукбаева Г.А.</i>	
Температурное поле малодебитной нагнетательной скважины.....	98
<i>Зеленова М.А., Ахметова О.В.</i>	
Температурное поле восходящего ламинарного потока с учетом зависимости теплоемкости флюида от температуры	103
<i>Иванов Д.В.</i>	
Исследование температурных полей при фильтрации радиоактивных растворов в пористом пласте.....	108
<i>Иванов Д.В., Логинова Е.А.</i>	
Расчет полей концентрации при закачке радиоактивных растворов в скважину.....	112

<i>Иванов Д.В., Фейлер В.А.</i>	
Моделирование теплопереноса в скважине при закачке радиоактивных растворов в глубокозалегающие пласты	117
<i>Ремеева А.Н., Сираев Р.В., Ахметова О.В.</i>	
Температурное поле ламинарного потока нефти с учетом зависимости теплопроводности от температуры.....	120
<i>Сираев Р.В., Ахметов Ш.Р., Ахметова О.В.</i>	
Температурное поле в малодобитной скважине с учетом зависимости теплоемкости от температуры.....	126
<i>Сираев Р.В., Родионов А.В., Ахметова О.В.</i>	
Температурное поле потока нефти с выровненным профилем скорости с учетом зависимости теплопроводности от температуры	131
<i>Филиппов А.И., Ахметова О.В.</i>	
Температурное поле ламинарного потока газа	137
<i>Шабаров А.Б.</i>	
Температурное поле вертикального цилиндрического потока в скважине с учетом зависимости теплоемкости от температуры.....	144
СЕКЦИЯ «ИСТОРИЯ НАУКИ И ТЕХНИКИ»	151
<i>Головина Е.Ю., Полянская В.И.</i>	
Компьютеры. вчера, сегодня, завтра.....	151
<i>Киреева Н.А., Петрова О.А.</i>	
История возникновения и развития кибернетики.....	155
<i>Киреева Н.А., Фархутдинов Р.И., Хусаинов И.Р.</i>	
Вклад М.В. Ломоносова в развитие наук	160
<i>Киреева Н.А., Хуснутдинов Э.А.</i>	
История создания электрического освещения и телефона	163
<i>Насыков Э.Н., Ягафарова З.А., Исмаилова А.Г.</i>	
Биофизические основы компьютерной томографии	167
<i>Ремеева А.Н., Зеленова М.А.</i>	
Обзор методов решения задач конвективного теплообмена цилиндрического потока.....	171
<i>Сагдуллаев Ю.С.</i>	
Эволюция видеоинформационных технологий систем телевидения и машинного зрения	176

<i>Сагдуллаев Ю.С.</i>	
Системы технического зрения для робототехнических комплексов и аппаратов	187
<i>Хроматов В.Е., Бесова М.И., Попов Л.Г., Бесова А.В.</i>	
Историко-биографические сведения об ученых при изложении курсов физики, математики и механики	195
<i>Ягафарова З.А., Саиткулов Д.З., Исмагилов А.Р.</i>	
Корпускулярная теория света.....	202
<i>Ягафарова З.А., Ягафаров С.Р.</i>	
Волновая теория света Гюйгенса	206
СЕКЦИЯ «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА»	210
<i>Асанова А.Т.</i>	
О периодической задаче с импульсными воздействиями для дифференциального уравнения в частных производных третьего порядка	210
<i>Давыдов А.П., Злыднева Т.П.</i>	
Моделирование классической и квантовой плотностей вероятности обнаружения фотона фемтосекундного лазерного излучения	214
<i>Калиев И.А., Сабитова Г.С.</i>	
Задача с косо́й производной для системы уравнений неравновесной сорбции	220
<i>Кожевникова Л.М.</i>	
Об энтропийных решениях анизотропных эллиптических уравнений с данными в виде меры в неограниченных областях	224
<i>Мугланов А.Л.</i>	
Метод спуска адамара и двухточечная формула среднего для эллиптического уравнения в пространстве лобачевского	229
<i>Садриддинов П.Б.</i>	
Один из способов определения равновесной температуры и температуры воспламенения при фильтрационном горении газов..	238

Секция «Физика магнитных явлений»

УДК 537.61, 537.634

Абдуллин А.У.

ОБМЕННОЕ УСИЛЕНИЕ МАГНИТОУПРУГОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ПЕРОВСКИТОВЫХ СТРУКТУРАХ

Рассмотрено взаимодействие спиновых и упругих волн в кристалле сверхпроводящей лантановой керамики в орторомбической фазе с антиферромагнитным дальним порядком. Получены условия усиления магнитоупругой связи и спектр магнитоупругих волн.

Ключевые слова: магнитоупругое взаимодействие, обменное усиление.

Abdullin A.U.

THE EXCHANGE ENHANCEMENT OF THE MAGNETOELASTIC INTERACTION IN PEROVSKITE STRUCTURES

The interaction of spin and elastic waves in lantan ceramic crystal with an orthorhombic symmetry and antiferromagnetic long-range order has been considered. The conditions of magnetoelastic coupling enhancement and spectrum of magnetoelastic waves have been obtained.

Keywords: magnetoelastic interaction, exchange enhancement.

Данная работа является продолжением серии статей автора, посвященных исследованию обменного усиления в сегнетоантиферромагнетиках с перовскитовой структурой [1-3].

Исследуем взаимодействие спиновых и упругих волн в кристалле La_2CuO_4 в орторомбической фазе. Основное состояние антиферромагнитной подсистемы кристалла в отсутствии внешнего

магнитного поля определяется четырьмя скомпенсированными магнитными подрешетками [4]. Поэтому можно рассматривать магнитный кластер, состоящий из двух физически эквивалентных подкластеров, каждый из которых формируется двумя подрешетками.

Будем исходить из гамильтониана, в котором учитываются энергии магнитной и упругой частей и энергия их взаимодействия:

$$H = H_M + H_U + H_{MU}, \quad (1)$$

$$H_M = \frac{1}{2} \int d\bar{x} \left\{ \kappa_{jm}^{\alpha\beta} M_j^\alpha M_m^\beta + \alpha_{ijmn}^{\alpha\beta} \frac{\partial M_i^\alpha}{\partial x_j} \frac{\partial M_m^\beta}{\partial x_n} - 2 \sum_\alpha (\bar{H}_0, \bar{M}^\alpha) \right\}, \quad (1.1)$$

$$H_U = \frac{1}{2} \int d\bar{x} \left\{ \rho \dot{u}^2 + \Lambda_{ijmn} u_{ij} u_{mn} \right\}, \quad \kappa_{jm}^{\alpha\beta} = I_{jm}^{\alpha\beta} + \beta_{jm}^{\alpha\beta}, \quad (1.2)$$

$$H_{MU} = \int d\bar{x} \left\{ \lambda_{ijmn}^{\alpha\beta} M_j^\alpha M_m^\beta u_{mn} \right\}, \quad \alpha, \beta = 1, \dots, 4, \quad (1.3)$$

$$i, j, m, n = x, y, z,$$

где $I_{jm}^{\alpha\beta}$ – тензор однородного обменного взаимодействия, $\beta_{jm}^{\alpha\beta}$ – тензор анизотропии, $\alpha_{ijmn}^{\alpha\beta}$ – тензор неоднородного обменного взаимодействия, Λ_{ijmn} – тензор упругости, $\lambda_{ijmn}^{\alpha\beta}$ – тензор магнитострикции, u_{mn} – тензор деформации, \bar{M}^α – намагниченности подрешеток. Тензор $I_{jm}^{\alpha\beta}$ выберем в виде

$$I_{jm}^{\alpha\beta} = \delta_{jm} \left[I (\delta^{1\alpha} \delta^{2\beta} + \delta^{2\alpha} \delta^{1\beta} + \delta^{3\alpha} \delta^{4\beta} + \delta^{4\alpha} \delta^{3\beta}) + \sigma' (\delta^{1\alpha} \delta^{4\beta} + \delta^{4\alpha} \delta^{1\beta} + \delta^{2\alpha} \delta^{3\beta} + \delta^{3\alpha} \delta^{2\beta}) + \sigma'' (\delta^{1\alpha} \delta^{3\beta} + \delta^{3\alpha} \delta^{1\beta} + \delta^{2\alpha} \delta^{4\beta} + \delta^{4\alpha} \delta^{2\beta}) \right],$$

где I, σ', σ'' – постоянные внутривоскостного (в CuO_2 -плоскости) и межвоскостного обменных взаимодействий соответственно.

Ввиду эквивалентности подкластеров введем обозначения

$$\beta_{jm}^{\alpha\beta} = \beta_{jm}^{\beta\alpha}, \quad \beta_{jm}^{\alpha\alpha} \equiv \beta_{jm}, \quad \beta_{jm}^{13} = \beta_{jm}^{23} = \beta_{jm}^{14} = \beta_{jm}^{24} \equiv \beta'_{jm}$$

$$\beta_{jm}^{12} = \beta_{jm}^{34} \equiv \beta''_{jm}, \quad \alpha_{ijmn}^{14} = \alpha_{ijmn}^{23}, \quad \alpha_{ijmn}^{13} = \alpha_{ijmn}^{24}, \quad \alpha_{ijmn}^{13} \neq \alpha_{ijmn}^{14}.$$

Эксперименты по неупругому нейтронному рассеянию и рамановскому рассеянию дают следующие значения для постоянных обменного взаимодействия [5,6]: $I = (0.13 \div 0.14) \text{эВ}$, $\sigma', \sigma'' < 9 \text{мэВ}$, что позволяет считать в нашем приближении $\sigma', \sigma'' \ll I$.

Запишем гамильтониан (1) в представлении приближенного вторичного квантования. Для этого выразим намагниченности подрешеток через операторы Гольштейна-Примакова:

$$\begin{aligned} \vec{M}^\alpha &= (M_0 - \mu a_\alpha^+ a_\alpha) \vec{e}_3^\alpha + \sqrt{\mu M_0} (e_\perp^\alpha a_\alpha + e_\perp^{\alpha*} a_\alpha^+), \\ \vec{e}_\perp^\alpha &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{e}_1^\alpha + i \vec{e}_2^\alpha), \quad \vec{e}_3^\alpha = \frac{\vec{M}_0^\alpha}{M_0}, \quad \vec{e}_1^\alpha \perp_S (\vec{M}_0, \vec{H}_0), \\ \vec{e}_2^\alpha &= [\vec{e}_3^\alpha, \vec{e}_1^\alpha], \end{aligned} \quad (2)$$

где \vec{M}_0^α – равновесная намагниченность α -й подрешетки, $\mu = g \mu_B$, g – фактор Ланде, μ_B – магнетон Бора.

Используя (2) и переходя к фурье-представлению операторов, представим магнитную часть гамильтониана в виде

$$\begin{aligned} H_M &= \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta k} \left\{ A_k^{\alpha\beta} a_{k\alpha}^+ a_{-k\beta} + B_k^{\alpha\beta} a_{k\alpha}^+ a_{-k\beta}^+ \right\} + \text{э.с.}, \\ a_{k\alpha}^- &= \frac{1}{\sqrt{V}} \int a_\alpha e^{i\vec{k}\vec{x}} a_\alpha. \end{aligned} \quad (3)$$

Направим внешнее магнитное поле \vec{H}_0 вдоль оси OZ. Введем сферические координаты базисных векторов (2.1), полагая, что $\vec{e}_3^\alpha, \vec{e}_1^\alpha$ составляют с осями OZ, OY углы $\theta_\alpha, \varphi_\alpha$. В отсутствии поля магнитные моменты ориентированы в базисной XOY-плоскости орторомбической элементарной ячейки [4]. В полях $H_0 < H_\delta$ моменты подворачиваются на угол $\pi/2 - \theta$, $\cos \theta = H_0 / H_\delta$. Полагая

$$\vec{M}_0^\alpha \parallel OX, \quad \text{получим} \quad \varphi_1 = \varphi_3 = 0, \quad \varphi_2 = \varphi_4 = 0, \quad \theta_\alpha = 0,$$

$$H_\delta = 2M_0(I + \sigma') + M_0(\beta'_{xx} - \beta_{xx} + \beta_{zz} + \beta'_{zz} + 2\beta''_{zz}).$$

Тогда в соответствии с системой инвариантов группы D_{2h}^{18} имеем

$$A_k^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \mu M_0 \left\{ \kappa_{xx}^{\alpha\beta} + \alpha_{xxxx}^{\alpha\beta} k_n^2 \right\} \cos^2 \theta \cos \varphi_\alpha \cos \varphi_\beta \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\kappa_{yy}^{\alpha\beta} + \alpha_{y_n y_n}^{\alpha\beta} k_n^2 \right) \cos \varphi_\alpha \cos \varphi_\beta + \left(\kappa_{zz}^{\alpha\beta} + \alpha_{z_n z_n}^{\alpha\beta} k_n^2 \right) \sin^2 \theta \Big\} \\
& - \mu M_0 \delta^{\alpha\beta} \left\{ (\beta_{xx} - \beta'_{xx}) \sin^2 \theta + (\beta_{zz} + \beta'_{zz} + 2\beta''_{zz}) \cos^2 \theta + \right. \\
& \quad \left. + (I + \sigma') \cos 2\theta + \sigma'' + H_0 \cos \theta \right\}.
\end{aligned}$$

Коэффициенты $B_k^{\alpha\beta}$ не содержат I, σ', σ'' . В новых операторах

$$f_{\bar{k}_1, \bar{k}_2} = \frac{1}{2} (a_{\bar{k}_1} \pm a_{\bar{k}_2} + a_{\bar{k}_3} \pm a_{\bar{k}_4}), \quad f_{\bar{k}_3, \bar{k}_4} = \frac{1}{2} (a_{\bar{k}_1} \pm a_{\bar{k}_2} - a_{\bar{k}_3} \mp a_{\bar{k}_4}).$$

гамильтониан (3) имеет существенно более простой вид

$$H_M = \sum_{k\gamma} \left[C_\gamma f_{k\gamma}^+ f_{\bar{k}\gamma}^- + \frac{1}{2} D_\gamma (f_{k\gamma}^+ f_{-k\gamma}^+ + f_{\bar{k}\gamma}^- f_{-\bar{k}\gamma}^-) \right], \quad (5)$$

где

$$C_{1,2} = A^{11} \pm A^{12} + A^{13} \pm A^{14}, \quad C_{3,4} = A^{11} \pm A^{12} - A^{13} \mp A^{14}, \quad (5.1)$$

а D_γ аналогично выражаются через компоненты матрицы В.

Переходя с помощью u,v-преобразования Боголюбова

$$\begin{aligned}
f_{\bar{k}\gamma}^- &= u_{\bar{k}\gamma}^- c_{\bar{k}\gamma}^- + v_{\bar{k}\gamma}^- c_{\bar{k}\gamma}^+, \quad \varepsilon_{\bar{k}\gamma}^M = \sqrt{C_\gamma^2 - D_\gamma^2} \\
u_{\bar{k}\gamma}^- &= \frac{\sqrt{C_\gamma + D_\gamma} + \sqrt{C_\gamma - D_\gamma}}{2\sqrt{\varepsilon_{\bar{k}\gamma}^M}}, \quad v_{\bar{k}\gamma}^- = -\frac{\sqrt{C_\gamma + D_\gamma} - \sqrt{C_\gamma - D_\gamma}}{2\sqrt{\varepsilon_{\bar{k}\gamma}^M}},
\end{aligned}$$

к магнным операторам, получим диагонализированный гамильтониан

$$H_M = \sum_{k\gamma} \varepsilon_{k\gamma}^M c_{k\gamma}^+ c_{\bar{k}\gamma}^-. \quad (6)$$

Вектор упругого смещения атомов представим в виде

$$\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{2\rho V}} \sum_{\bar{k}s} \frac{\vec{e}_{\bar{k}}^s}{\sqrt{\varepsilon_{\bar{k}s}^u}} \left(b_{\bar{k}s}^- e^{i\vec{k}\vec{x}} + b_{\bar{k}s}^+ e^{-i\vec{k}\vec{x}} \right), \quad s = l, t_1, t_2, \quad (7)$$

где b_{ks}^+ , b_{ks}^- – операторы рождения и уничтожения фононов, ε_{ks}^u , \vec{e}_k^s – энергия и единичный вектор поляризации фононов; l – продольная, $t_{1,2}$ – поперечные поляризации. С учетом (2), (7) и инвариантов рассматриваемой группы симметрии, для (1.3) имеем

$$H_{MU} = 2 \sum_{ks} \sqrt{\frac{\mu M_0^3}{\rho \varepsilon_{ks}^u}} \left[b_{\bar{k}s}^- - b_{ks}^+ \right] \left[(a_{\bar{k}_1} + a_{\bar{k}_3}) \left[L_+^{(1)} + iL_+^{(2)} \right] + (a_{\bar{k}_2} + a_{\bar{k}_4}) \times \right.$$

$$\times \left[L_{-}^{(1)} + iL_{-}^{(2)} \right] - \left(a_{-\bar{k}1}^{+} + a_{-\bar{k}3}^{+} \right) \left[L_{+}^{(1)} - iL_{+}^{(2)} \right] - \left(a_{-\bar{k}2}^{+} + a_{-\bar{k}4}^{+} \right) \left[L_{-}^{(1)} - iL_{-}^{(2)} \right],$$

$$L_{\pm}^{(p)} = L_{\bar{k}1s}^{(p)} \pm L_{\bar{k}2s}^{(p)},$$

где $L_{\bar{k}1s}^{(p)}, L_{\bar{k}2s}^{(p)}$ – функции углов и констант магнитострикции, не содержащие постоянных обменного взаимодействия.

Переходя к операторам $f_{\bar{k}\gamma}^{-}$ и совершая u, v -преобразование Боголюбова, получим, что со звуковыми волнами взаимодействуют только две спиновые волны:

$$H_{MU} = \sum_{\bar{k}s\gamma'} \Psi_{\bar{k}s\gamma'}^{-} c_{\bar{k}\gamma'}^{-} \left(b_{-\bar{k}s}^{-} - b_{\bar{k}s}^{+} \right) + \text{э.с.}, \quad \gamma' = 1, 2, \quad (8)$$

где параметр магнитоупругого взаимодействия $\Psi_{\bar{k}s\gamma'}^{-}$ имеет вид

$$\Psi_{\bar{k}s\gamma'}^{-} = L_{\bar{k}s\gamma'}^{(1)} \left(u_{\bar{k}\gamma'}^{-} - v_{\bar{k}\gamma'}^{-} \right) + iL_{\bar{k}s\gamma'}^{(2)} \left(u_{\bar{k}\gamma'}^{-} + v_{\bar{k}\gamma'}^{-} \right).$$

Для магнитоупругой волны вдоль оси z имеем

$$\Psi_{\bar{k}1l}^{-} = 2\gamma_l \sqrt{C_1 + D_1} \sin 2\theta (\lambda_5 - \lambda_{10}) k_z / \sqrt{\varepsilon_{k1}},$$

$$\Psi_{\bar{k}2t_1}^{-} = 4\gamma_l \sqrt{C_2 + D_2} \left(\lambda_7 \cos^2 \theta - \lambda_6 \sin^2 \theta \right) k_z / \sqrt{\varepsilon_{k2}},$$

$$\Psi_{\bar{k}2t_2}^{-} = 4i\gamma_l \sqrt{C_2 - D_2} \lambda_2 k_z \cos \theta / \sqrt{\varepsilon_{k2}},$$

$$\Psi_{\bar{k}2l}^{-} = \Psi_{\bar{k}1t_1}^{-} = \Psi_{\bar{k}1t_2}^{-} \approx 0, \quad \cos \theta = \frac{H_0}{H_s}, \quad \gamma_s = \sqrt{\frac{\mu M_0^3}{\rho \varepsilon_s^u}}, \quad s = l, t.$$

Используя коэффициенты (5.1) и (4), можно заключить, что связь второй спиновой ветви с первой поперечной фононной ветвью обменно усиливается в \sqrt{I} раз. Аналогично получаем, что при $\vec{k} \parallel \vec{y}_0$ усиливается параметр связи $\Psi_{\bar{k}1t_2}^{-}$, а при $\vec{k} \parallel \vec{x}_0$ – $\Psi_{\bar{k}1t_1}^{-}$ и $\Psi_{\bar{k}2t_2}^{-}$.

Расчет коэффициентов U, V - преобразований для диагонализации полного гамильтониана вблизи соответствующих резонансов дает в этом приближении диагонализированный гамильтониан в виде

$$H = \sum_{\bar{k}, \gamma=3,4} \varepsilon_{\bar{k}\gamma}^{-} c_{\bar{k}\gamma}^{+} c_{\bar{k}\gamma}^{-} + \sum_{\bar{k}, \gamma=1,2} E_{\bar{k}\gamma}^{-} g_{\bar{k}\gamma}^{+} g_{\bar{k}\gamma}^{-} + \sum_{\bar{k}s} E_{\bar{k}s}^{-} d_{\bar{k}s}^{+} d_{\bar{k}s}^{-},$$

где $E_{k\gamma}^-, E_{ks}^-$ – квазиспиновые и квазифононные моды связанных спин-фононных колебаний:

$$E_{k\gamma, ks}^2 = \frac{1}{2} \left[\varepsilon_{k\gamma}^2 + \varepsilon_{ks}^2 \pm \sqrt{\left[\varepsilon_{k\gamma}^2 - \varepsilon_{ks}^2 \right]^2 + 16 |\Psi_{\gamma s}|^2 \varepsilon_{k\gamma}^- \varepsilon_{ks}^-} \right].$$

Заметим, что в кристалле La_2CuO_4 энергии спиновых волн могут достигать значений 0,3 эВ [6]. Наличие таких высокоэнергетических мод наряду с эффектом обменного усиления приводит к значительным поправкам к энергиям упругих и спиновых волн.

Библиографический список

1. Харрасов М.Х., Абдуллин А.У. Обменное усиление магнито-электрического взаимодействия в сегнетоантиферромагнетиках с орторомбической симметрией. // ДАН, 1994. – Т.336, № 3. – С.335–337.
2. Садовников Б.И., Харрасов М.Х., Абдуллин А.У. Усиление магнитоупругого и магнитоэлектрического взаимодействий в сегнетоантиферромагнетиках с орторомбической симметрией. // Вестник Московского университета. Сер.3. Физика, астрономия. 1995. – Т.36, № 4. – С.363–369.
3. Исхаков Ф.А., Кызыргулов И.Р., Абдуллин А.У. Магнитоупругое взаимодействие в антиферромагнетике LaMnO_3 . // Вестник БашГУ, 2003. – № 1. – С.23–25.
4. Johnson D.C. et al. // Physica. Ser.C, 1988. – V.153-155. – С.572–577.
5. Hayden S.M. et al. // Phys.Rev.B, 1990. – V.42. – P.10220–10225.
6. Hayden S.M. et al. // Phys.Rev.Lett., 1991. – V.67. – P.3622–3625.

Сведения об авторах

Абдуллин Альберт Уралович, кандидат физико-математических наук, доцент ФТИ БашГУ. Email: auabdullin@mail.ru.

УДК 548.314; 538.955

Акрамов Д.Ф., Селезнева Н.В., Баранов Н.В. ИЗМЕНЕНИЕ МАГНИТНОГО СОСТОЯНИЯ АТОМОВ КОБАЛЬТА В СИСТЕМЕ $\text{Co}_7(\text{Se}_{1-y}\text{Te}_y)_8$

В работе приведены результаты рентгеноструктурного анализа и магнитные данные соединений $\text{Co}_7(\text{Se}_{1-y}\text{Te}_y)_8$.

Ключевые слова: халькогениды, параметры ячейки, парамагнетизм Паули, магнитный момент.

Akramov D.F., Selezneva N.V., Baranov N.V.
**CHANGE IN THE MAGNETIC STATE OF COBALT ATOMS
IN THE $\text{Co}_7(\text{Se}_{1-y}\text{Te}_y)_8$ SYSTEM**

This paper presents the results of X-ray diffraction analysis and magnetic data for $\text{Co}_7(\text{Se}_{1-y}\text{Te}_y)_8$ compounds.

Key words: chalcogenides, cell parameters, Pauli paramagnetism, magnetic moment.

В отличие от халькогенидов железа Fe_7X_8 ($\text{X}=\text{S}, \text{Se}$), которые являются ферримагнетиками [1], соединения с кобальтом Co_7X_8 не обладают дальним магнитным порядком и проявляют парамагнетизм Паули [2]. Кобальт, в данных соединениях, имеет нулевой магнитный момент, хотя элементы триады железа ($\text{Fe}, \text{Co}, \text{Ni}$), как хорошо известно, являются ферромагнетиками. В проведенных ранее исследованиях было показано, что в системе $(\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x)_7\text{X}_8$ увеличение концентрации кобальта приводит к уменьшению среднего магнитного момента на атом переходного металла, к снижению температуры магнитного упорядочения и к исчезновению дальнего магнитного порядка при концентрациях кобальта $x \geq 4$ [3].

Данная работа нацелена на определение влияния замещения селена теллуrom в соединениях $\text{Co}_7(\text{Se}_{1-y}\text{Te}_y)_8$ на формирование магнитного порядка.

Соединения $\text{Co}_7(\text{Se}_{1-y}\text{Te}_y)_8$ были получены твердофазным синтезом в вакуумированных кварцевых ампулах. Смесь исходных элементов ($\text{Co}, \text{Se}, \text{Te}$) нагревали постепенно, с выдержкой 12 часов, при температурах: 240°C , 470°C , 900°C – затем отжигали при температуре 900°C в течение пяти дней. Далее проводилась серия гомогенизационных отжигов. Аттестация фазового состава проводилась на дифрактометре Bruker D8 Advance ($\text{CuK}\alpha$ – излучение). Исследование зависимости электрического сопротивления от температуры проводилось стандартным 4-х контактным способом на постоянном токе с использованием автономного криостата замкнутого цикла CryoFree 204 в интервале температур 16-300 К. Измерения магнитной восприимчивости и намагниченности образцов осуществлялись с помощью СКВИД-магнитометра MPMS-XL-5 в температурном интервале 2–350 К и в магнитных полях до 70 кЭ.

Анализ рентгенографических данных показал, что соединение Co_7Se_8 обладает слоистой гексагональной структурой с утроенным периодом c (3С), по сравнению с ячейкой NiAs , пространственной группой $P3_121$ и параметрами элементарной ячейки $a = b = 7.192(2) \text{ \AA}$, $c = 15.793(5) \text{ \AA}$. Обнаружено, что уже незначительное замещение селена теллуром с концентрацией $y = 0.1$ приводит к разупорядочению вакансий в катионной подрешетке и к изменению локального окружения атомов металла. При концентрациях теллура $0.1 \leq y \leq 1$ образцы кристаллизуются в гексагональной сингонии, пространственная группа $P-3m1$. Замещение в системе $\text{Co}_7(\text{Se}_{1-y}\text{Te}_y)_8$ ожидаемо приводит к увеличению параметров решетки, однако эти изменения носят анизотропный характер. Установлено, что основные изменения происходят в базисной плоскости ab . Например, при достижении концентрации теллура $y = 0,9$ параметр a , характеризующий расстояние между атомами кобальта в слое, увеличивается на 8 %, а параметр c только 2 %. Анизотропные деформации кристаллической решетки в случае замещения селена теллуром, по-видимому, обусловлены большей поляризуемостью электронной оболочки теллура и увеличением степени ковалентности связей металл-халькоген при увеличении содержания теллура.

Обнаружено, что в интервале концентраций теллура $0.5 \leq y \leq 0.6$ происходит резкое возрастание объема элементарной ячейки при замещении селена теллуром. В работе проведено сравнение экспериментальных значений объема элементарной ячейки с рассчитанными теоретически [4]. Например, для соединения Co_7Te_8 значение объема ячейки $V = 70.6 \text{ \AA}^3$. Объем ячейки для случая, когда кобальт находится в низкоспиновом состоянии $V = 65.8 \text{ \AA}^3$ и кобальта в высокоспиновом состоянии $V = 73.7 \text{ \AA}^3$. Из полученных данных видно, что атомы кобальта в соединении Co_7Te_8 находятся в промежуточном спиновом состоянии. Резкое изменение объема ячейки может быть связано с переходом атомов кобальта из низкоспинового в высокоспиновое состояние.

Установлено, что в отличие от соединения Co_7Se_8 , для которого наблюдается слабая температурная зависимость магнитной восприимчивости выше 100 К, характерная для парамагнетиков Паули, восприимчивость замещенных образцов $\text{Co}_7(\text{Se}_{1-y}\text{Te}_y)_8$, с концентрацией теллура $y \leq 0.5$, уменьшается с ростом температуры и температурная зависимость становится более выраженной при увеличении содержания теллура. Такое поведение свидетельствует о

появлении Кюри-Вейсовского вклада в полную магнитную восприимчивость от локализованных магнитных моментов, возникающих на атомах кобальта по мере замещения селена теллуrom. Оценка эффективного магнитного момента на атомах кобальта с использованием обобщенного закона Кюри-Вейса показала, что эффективный магнитный момент, рассчитанный на формульную единицу, увеличивается с ростом концентрации теллура.

Полученные данные позволяют заключить, что замещение селена теллуrom в соединениях $\text{Co}_7(\text{Se}_{1-y}\text{Te}_y)_8$ приводит к анизотропному увеличению межатомных расстояний, к изменению локального окружения атомов кобальта и, как следствие, образованию магнитного момента на атомах кобальта.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 16-02-00480 и 16-03-00733) и финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 3.2916.2017/4.6).

Библиографический список

1. Powell A.V., Vaqueiro P., Knight K.S., Chapon L.C., Sanchez R.D. Structure and magnetism in synthetic pyrrhotite Fe_7S_8 ; a powder neutron diffraction study // *Physical Review B*. - 2004. – V. 70. – P. 014415.
2. Miller V.L., Lee W.L., Lawes G., Ong N.P., Cava R.J. Synthesis and properties of the $\text{Co}_7\text{Se}_{8-x}\text{S}_x$ and $\text{Ni}_7\text{Se}_{8-x}\text{S}_x$ solid solutions // *Journal of Solid State Chemistry*. - 2005. – V. 178. – P. 1508–1512.
3. Baranov N.V., Ibrahim P.N.G., Selezneva N.V., et al. Layer-preferential substitutions and magnetic properties of pyrrhotite-type $\text{Fe}_{7-y}\text{M}_y\text{X}_8$ chalcogenides (X = S, Se; M = Ti, Co) // *Journal of Physics: Condensed Matter*, 2015. – V. 27. - № 28. – P. 286003-1–286003-12.
4. Shannon R.D. Revised effective ionic radii and systematic studies of interatomic distances in halides and chalcogenides // *Acta Cryst*, 1976. – V. A 32. – P. 751-767.

Сведения об авторах

Акрамов Данил Фларитович, магистрант, департамент «Химический факультет» ИЕНиМ УрФУ. E-mail: Dmaster96@mail.ru.

Селезнева Надежда Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент КФКСиНС ИЕНиМ УрФУ. E-mail: n.v.selezneva@urfu.ru.

Баранов Николай Викторович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, заведующий лабораторией микромагнетизма ИФМ УРО РАН. E-mail: n.v.baranov@urfu.ru.

УДК 538.91+538.93+541.57

Альмухаметов Р.Ф., Абдуллин А.Р.

**ИЗУЧЕНИЕ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ СУПЕРИОННЫХ
ПРОВОДНИКОВ $CuCr_{1-x}Mn_xS_2$**

Показано, что в суперионных проводниках $CuCr_{1-x}Mn_xS_2$ ($x=0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4$) Cr и Mn проявляют валентность 2+. Наблюдается удовлетворительное согласие экспериментальных эффективных магнитных моментов с расчетными, полученными с учетом только спиновой составляющей.

Ключевые слова: суперионный проводник, парамагнитная восприимчивость, эффективный магнитный момент.

Almukhametov R.F, Abdullin A.R.

**STUDY OF MAGNETIC PROPERTIES OF SUPERIONIC
CONDUCTORS $CuCr_{1-x}Mn_xS_2$**

It is shown that Cr and Mn exhibit a valence of 2+ in the superionic conductors $CuCr_{1-x}Mn_xS_2$ ($x = 0, 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4$). A satisfactory agreement of the experimental effective magnetic moments with the calculated ones is obtained for the compounds under study with allowance for only the spin component of the magnetic moment.

Key words: superionic conductor, paramagnetic susceptibility, effective magnetic moment.

Соединения YMX_2 ($Y=Ag,Cu$; М-переходный металл; $X=S,Se$) имеют слоистую структуру и являются удобными модельными объектами для изучения природы быстрого ионного переноса в твердых телах. Структура этих соединений состоит из чередующихся тройных атомных слоев X-M-X, между которыми расположены катионы одновалентного металла [1]. Катионы одновалентного металла Y^+ слабо связаны с кристаллической решеткой и могут относительно легко перемещаться по кристаллу.

Путём замещения ионов переходного металла внутри тройных слоев X-M-X, другими ионами, имеющими различные электроотрицательности и размеры, можно варьировать размеры элементарной ячейки, межатомные расстояния и энергию связи катионов Y^+ . Это позволит изучить роль указанных факторов в формировании механизмов быстрого ионного переноса.

Целью работы являлась изучение состояния окисления и характера химической связи атомов, входящих в исследуемые соединения $CuCr_{1-x}Mn_xS_2$. Для этого нами были проведены исследования парамагнитной восприимчивости χ . Исследования проводились методом Фарадея в интервале температур от комнатной до 500 °С в магнитном поле напряженностью около 7 кЭ.

Нами установлено, что все образцы в исследуемой области температур являются парамагнитными. Температурные зависимости обратной парамагнитной восприимчивости ($1/\chi$) носят линейный характер и подчиняются закону Кюри-Вейса.

По наклону прямых $1/\chi(T)$ определяли значения эффективных магнитных моментов. Для выяснения характера связи и степени окисления атомов эффективные магнитные моменты также рассчитывали по различным моделям в предположении, что орбитальные моменты атомов полностью "заморожены" кристаллическим полем. Данное предположение справедливо для атомов, входящих в исследуемые соединения.

На рис.1 приведена схема заполнения электронных оболочек атомов и предполагаемые переходы электронов с атомов металла к атомам неметалла при образовании связей. Предполагалось, что атомы хрома и марганца имеют степень окисления 2+, атомы меди – 1+. Атомы серы S_1 и S_2 имеют разные степени окисления 1+ и 2+, соответственно. Это согласуется с тем, что в структуре исследуемых соединений указанные атомы серы занимают неэквивалентные позиции.

Необходимо отметить, что в случае, когда медь в исследуемых соединениях проявляет валентность 2+ в результате перехода одного 3d-электрона меди в 3p-оболочку атомов серы S_1 , суммарный магнитный момент на «молекулу» $CuCr_{1-x}Mn_xS_2$ не меняется. Поэтому, метод измерения парамагнитной восприимчивости в данном случае не позволяет отличить образцы, в которых медь находится в состоянии окисления 1+, от образцов, в которых медь находится в состоянии окисления 2+.

На рис. 2 представлены значения экспериментальных и расчетных эффективных магнитных моментов в зависимости от состава образцов. Из рисунка видно, что наилучшее согласие расчетных данных с экспериментальными наблюдается при условии, что хром и марганец проявляют степень окисления 2+. Этот вывод

хорошо согласуется с результатами наших структурных исследований.

Для образцов $CuCr_{1-x}Mn_xS_2$ параметры гексагональной решетки a и c монотонно уменьшаются с увеличением содержания Mn до

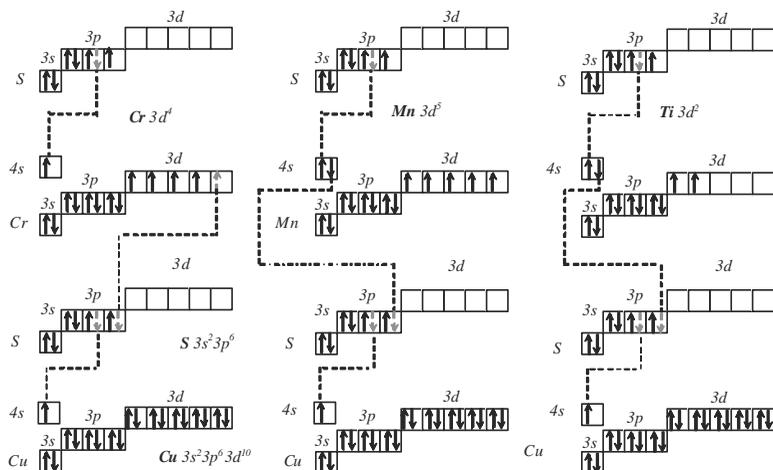


Рис. 1. Предполагаемая схема заполнения электронных уровней атомов в исследуемых соединениях (штрихом указаны переходы электронов с металла на халькоген)

до $x = 0.20$. Это свидетельствует об изоморфном замещении ионов хрома ионами марганца в данном интервале. Уменьшение размеров элементарной ячейки твердых растворов $CuCr_{1-x}Mn_xS_2$ при замещении хрома марганцем можно объяснить тем, что ионы марганца имеют меньшие размеры. Однако, в литературе наблюдается некоторый разброс данных об ионных радиусах хрома и марганца: $R_{Mn^{2+}} = 0.8 \text{ \AA}$, $R_{Cr^{2+}} = 0.84 \text{ \AA}$, $R_{Mn^{3+}} = 0.62 \text{ \AA}$, $R_{Cr^{3+}} = 0.64 \text{ \AA}$ (по Полингу) и $R_{Mn^{2+}} = 0.91 \text{ \AA}$, $R_{Cr^{2+}} = 0.83 \text{ \AA}$, $R_{Mn^{3+}} = 0.70 \text{ \AA}$, $R_{Cr^{3+}} = 0.64 \text{ \AA}$ (по Белову и Бокию) [2]. Поскольку марганец более электроотрицателен, чем хром, в исследуемых фазах степень окисления марганца не должна превышать степень окисления хрома. Кроме этого ионные радиусы $R_{Cr^{2+}}$ и $R_{Mn^{3+}}$ отличаются значительно и при не изовалентном замещении в кристаллической решетке могут возникнуть большие напряжения. Поэтому, наиболее вероятными являются следующие

схемы замещений: ионов Cr^{2+} ионами Mn^{2+} или ионов Cr^{3+} ионами Mn^{3+} . Тогда уменьшение размеров элементарной ячейки может быть объяснено на основании ионных радиусов по Полингу.

Из рисунка видно также, что наличие трехвалентного хрома и марганца в образцах приводит к снижению эффективных магнитных моментов (кривые 2,3,4). На основании этого мы можем утверждать, что в исследуемых соединениях хром и марганец проявляют, в основном, валентность $2+$.

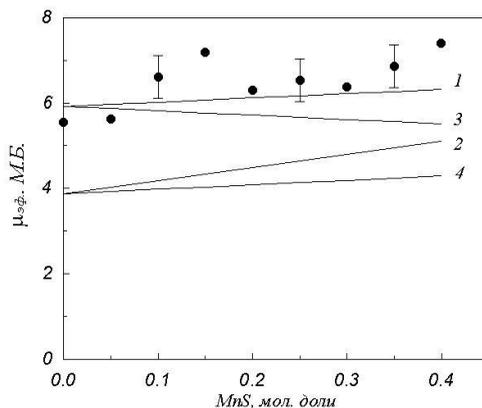


Рис. 2. Зависимости эффективных магнитных моментов образцов составов $CuS+(1-x)CrS+xMnS$ от содержания MnS (точки - экспериментальные данные, линии - расчет для замещений: 1 - ионов Cr^{2+} ионами Mn^{2+} ; 2 - ионов Cr^{3+} ионами Mn^{2+} ; 3 - ионов; Cr^{3+} ионами Mn^{3+} ; 4 - ионов Cr^{2+} ионами Mn^{3+} , соответственно)

Для $CuCrS_2$ установлено, что внутри тройных слоев CrS_2 между магнитными моментами хрома имеет место ферромагнитное взаимодействие, а между тройными слоями - антиферромагнитное взаимодействие [3]. Для определения характера взаимодействия магнитных моментов в твердых растворах $CuCr_{1-x}Mn_xS_2$ нами были проведены исследования парамагнитной температуры Кюри T_c . Значения T_c были определены по зависимостям $1/\chi(T)$. На рис. 3 представлены T_c в зависимости от состава образцов. Из графиков видно, что для всех составов T_c имеют отрицательные значения. Это свидетельствует о преимущественно антиферромагнитном характере взаимодействий между магнитными

моментами. Величина T_c для $CuCrS_2$ хорошо согласуется с литературными данными.

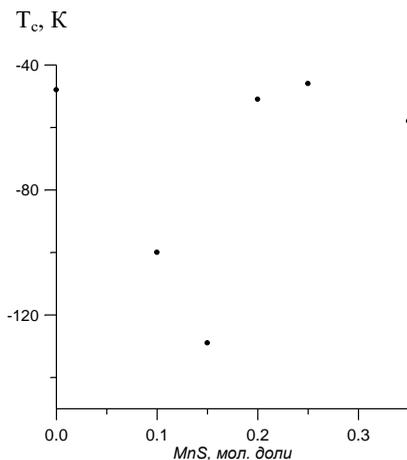


Рис. 3. Зависимость парамагнитной температуры Кюри образцов составов $CuS+(1-x)CrS+xMnS$ от содержания MnS

С увеличением содержания Mn парамагнитная температура Кюри монотонно меняется с минимумом при $x=0.15$. Это согласуется с нашими структурными данными и подтверждает образование твердых растворов замещения хрома марганцем $CuCr_{1-x}Mn_xS_2$. Полученные результаты свидетельствуют о том, что антиферромагнитное взаимодействие между тройными слоями является более сильным по сравнению с ферромагнитным взаимодействием внутри тройных слоев.

Библиографический список

1. Nagard N.Le, Collin G., Gorochov O. Etude structurale et propriétés physiques $CuCrS_2$ // Mat. Res. Bull. – 1979. – V.14., N 11. – p.1411-1417.
2. Гороновский И.Т., Назаренко Ю.П., Некряч Е.Ф. Краткий справочник по химии. Киев: Наук. думка, 1987. 830 с.
3. Engelsman F.M.R., Wiegers G.A., Jellinek F., van Laar B. Crystal structures and magnetic structures of some metal (I) chromium (III) sulphides and selenides // J.Soid State Chem. -1973, Vol.6, №6. -P.574-582.

Сведения об авторах

Альмухаметов Рафаил Фазыльянович, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры общей физики БашГУ. E-mail: AlmukhametovRF@gambler.ru.

Абдуллин Азат Ринадович, инженер кафедры общей физики БашГУ

УДК 546.22/.24; 537.622

Баглаева Ю.А., Шерокалова Е.М., Селезнева Н.В., Баранов Н.В.

МАГНИТНЫЕ И ТРАНСПОРТНЫЕ СВОЙСТВА ВЫСОКОИНТЕРКАЛИРОВАННЫХ СОЕДИНЕНИЙ $\text{Fe}_x\text{Ti}(\text{S},\text{Se})_2$

По данным магнитных и электрических измерений определены концентрационные зависимости температуры магнитного упорядочения, выявлены особенности процессов перемагничивания и сделаны выводы об упорядочении магнитных моментов.

Ключевые слова: халькогениды, кристаллическая структура, магнитные моменты, электросопротивление.

Baglaeva J.A., Sherokalova E.M., Selezneva N.V., Baranov N.V. THE MAGNETIC AND TRANSPORT PROPERTIES OF HIGHLY INTERCALATED COMPOUNDS $\text{Fe}_x\text{Ti}(\text{S},\text{Se})_2$

According to the data of magnetic and electrical measurements, the concentration dependences of the temperature of the magnetic ordering are determined, the features of the magnetization reversal processes are revealed, and conclusions are drawn about the ordering of the magnetic moments.

Key words: chalcogenides, crystal structure, magnetic moment, electrical resistivity.

Интеркаляция дихалькогенидов титана TiX_2 ($X = \text{S}, \text{Se}, \text{Te}$) атомами 3d-элементов (M), обладающих незаполненной 3d-электронной оболочкой, возможна благодаря слоистой структуре и наличию Ван-дер-Ваальсовой щели. В интеркалированных соединениях M_xTiX_2 наблюдается широкий спектр магнитных состояний в зависимости от концентрации и сорта внедренных

атомов, а также от типа халькогена. При небольших концентрациях интеркалированных 3d-атомов ($x \leq 0.25$) в соединениях M_xTiX_2 могут наблюдаться состояния типа спинового (СС) или кластерного стекла (КС), а при больших значениях x в них возможно формирование ферромагнитного (Ф) или антиферромагнитного (АФ) упорядочения [1]. Кроме того, замещение по подрешетке халькогена приводит не только к изменению размеров элементарной ячейки, но и к изменению электрических и магнитных свойств [2].

Поликристаллические образцы системы $Fe_xTiS_{2-y}Se_y$ ($x = 0.5, 0.66, 0.85; 0 \leq y \leq 2$) были получены методом твердофазного ампульного синтеза при температуре $T \sim 800$ °С. Приготовление образцов осуществлялось по двухстадийной технологии: сначала были получены матрицы $Ti(S,Se)_2$, на втором этапе в полученные матрицы добавлялось железо в нужной концентрации. Аттестацию кристаллической структуры проводили с использованием рентгеновского дифрактометра Bruker D8 ADVANCE. Уточнение кристаллографических параметров проводилось с помощью программы FullProf. Измерение зависимости электрического сопротивления образцов от температуры, проводилось 4-х контактным методом на постоянном токе в диапазоне температур 10 – 300 К на установке с использованием автономного криостата замкнутого цикла CryoFree204. Измерение магнитосопротивления проводилось на установках DMS-1000 и PPMS (Quantum Design) в интервале температур 3.5 – 300 К в полях до 120 кЭ. Полевые и температурные зависимости намагниченности образцов измерялись на SQUID-магнитометре MPMS (Quantum Design) в температурном интервале 2 – 370 К и в магнитных полях до 70 кЭ, Измерения намагниченности в области высоких температур (до 1000 К) проводились с помощью вибромагнитометра Lake Shore VSM 7407.

Все полученные образцы являются однофазными. При концентрации железа $x = 0.5$ и 0.66 структура всех синтезированных соединений является моноклинной и описывается пространственной группой $I12/m1$. При замещении по анионной подрешетке с ростом концентрации селена в соединениях параметры кристаллической решетки линейно возрастают. В катионной подрешетке атомы железа, титана и вакансии упорядочиваются в цепочки $a_0\sqrt{3} \times a_0$, расстояние между цепочками $c = 2c_0$, где a_0 и c_0 – параметры исходной гексагональной ячейки матрицы TiX_2 . Соединения с концентрацией железа $x = 0.85$ кристаллизуются в гексагональной сингонии с

пространственной группой $P-3m1$ (рис. 1). Синтез через матрицу, в данном случае, приводит к перемешиванию 3d металлов и вакансий в катионной подрешетке.

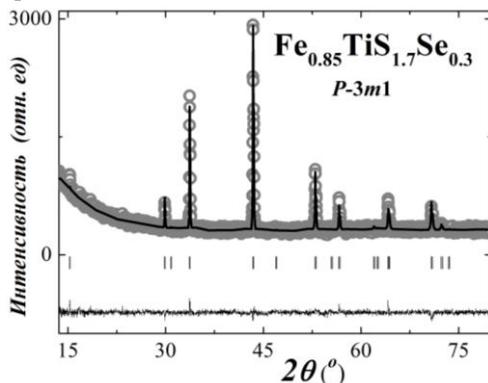


Рис. 1. Дифрактограмма образца $\text{Fe}_{0.85}\text{TiS}_{1.7}\text{Se}_{0.3}$. Точки – наблюдаемый профиль, сплошная линия – расчетный профиль, внизу – разностная кривая между ними. Штрихами показано положение рефлексов в гексагональной структуре (пр. группа $P-3m1$)

На примере системы $\text{Fe}_x\text{TiS}_{1.7}\text{Se}_{0.3}$ показано влияние концентрации железа на физические свойства полученных соединений. При $x = 0.5$ и 0.66 изменение объема элементарной ячейки практически не наблюдается, а при увеличении концентрации до $x = 0.85$ объем незначительно увеличивается из-за малого роста элементарной ячейки вдоль оси c . Электрическое сопротивление соединений системы $\text{Fe}_x\text{TiS}_{1.7}\text{Se}_{0.3}$ представлено на рисунке 2. Изменение хода зависимостей $\rho(T)$ наблюдается для всех составов ниже температуры магнитного упорядочения.

Величина магнитосопротивления соединений $\text{Fe}_x\text{TiS}_{2-y}\text{Se}_y$ уменьшается с увеличением концентрации железа. Максимальное значение достигается в соединении $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_{1.7}\text{Se}_{0.3}$, его величина составляет $\Delta\rho/\rho \sim 12\%$. При $x = 0.66$ в той же матрице оно уменьшается до $\Delta\rho/\rho \sim 5\%$ и при дальнейшем увеличении концентрации до $x = 0.85$ падает до величины $\Delta\rho/\rho \sim 2.5\%$ (рис. 3).

Полевые зависимости намагниченности составов $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_{2-y}\text{Se}_y$ при температуре $T \sim 2$ К в образцах с концентрацией $y < 1$ при перемешивании демонстрируют значительный гистерезис. При $y = 0.3$ коэрцитивная сила достигает гигантского для таких

материалов значения порядка $H_c = 56$ кЭ. В соединениях $\text{Fe}_{0.66}\text{TiS}_{2-y}\text{Se}_y$ с высокой концентрацией серы ($y = 0, 0.1$) коэрцитивная сила незначительно уменьшается, по сравнению с составами $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_{2-y}\text{Se}_y$ и достигает значения $H_c \sim 50$ кЭ.

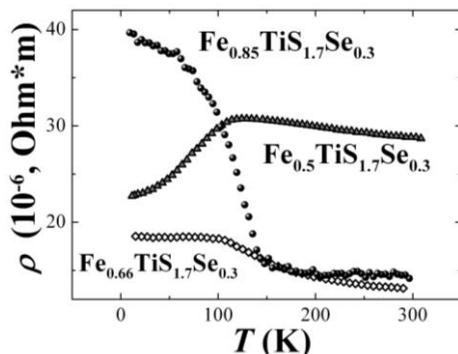


Рис. 2. Температурная зависимость удельного электросопротивления составов $\text{Fe}_x\text{TiS}_{1.7}\text{Se}_{0.3}$, где $x = 0.5, 0.66$ и 0.85

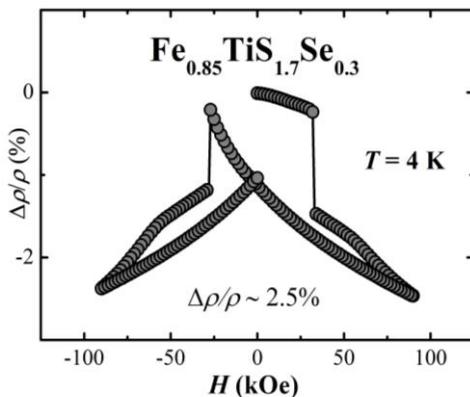


Рис. 3. Полевая зависимость магнитосопротивления соединения $\text{Fe}_{0.85}\text{TiS}_{1.7}\text{Se}_{0.3}$

Из измерений магнитной восприимчивости в высокотемпературной области рассчитаны значения эффективного магнитного момента на атоме железа. Для всех составов системы

$\text{Fe}_x\text{TiS}_{2-y}\text{Se}_y$ значения μ_{eff} примерно одинаковы и имеют величину $\mu_{\text{eff}} \sim 4 \mu_B$.

В результате комплексного исследования установлено, что соединения системы $\text{Fe}_x\text{TiS}_{2-y}\text{Se}_y$ при $x = 0.5, 0.66$ проявляют себя как антиферромагнетики, при $x = 0.85$ – как ферромагнетики.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 3.2916.2017/4.6) и частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 16-02-00480 и 16-03-00733)

Библиографический список

1. Inoue M., Hughes H.P., Yoffe A.D. The electronic and magnetic properties of the 3d transition metal intercalates of TiS_2 // Adv. Phys. – 1989. – V. 38, N 5. – P. 565–604.
2. A.F. Gubkin, E.M. Sherokalova, L. Keller et al. // J. Alloys and Comp. – 2014. – V.616 – P.148–154.

Сведения об авторах

Баглаева Юлия Андреевна, студент-магистр первого курса департамента «Физический факультет» ИЕНиМ УрФУ. Email: jul.baglaeva@gmail.com.

Шерокалова Елизавета Маратовна, ассистент, научный сотрудник КФКСиНС ИЕНиМ УрФУ. Email: elizaveta.sherokalova@urfu.ru.

Селезнева Надежда Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент КФКСиНС ИЕНиМ УрФУ. Email: n.v.selezneva@urfu.ru.

Баранов Николай Викторович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, заведующий лабораторией микромагнетизма ИФМ УрО РАН. Email: n.v.baranov@urfu.ru.

УДК 538.93

**Балапанов М.Х., Кубенова М.М., Кутербеков К.А.,
Ишембетов Р.Х., Якшибаев Р.А.
ФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ, ТЕПЛОВЫЕ И
ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА**

**НАНОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ СПЛАВОВ $\text{Na}_{0.15}\text{Cu}_{1.85}\text{S}$,
 $\text{Na}_{0.17}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$, $\text{Na}_{0.20}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$**

В данной статье приведены результаты синтеза, рентгенофазового и рентгеноспектрального анализа, исследования тепловых свойств нанокристаллических сплавов. При комнатной температуре сплавы являются смесью трех разных фаз сульфида меди. Обнаружена очень низкая теплопроводность сплавов на уровне 0.1-0.6 Втм⁻¹К⁻¹.

Ключевые слова: сульфид меди, теплопроводность, термоэлектрики.

**Balapanov M.Kh., Kubenova MM, Kuterbekov K.A.,
Ishembetov R.Kh., Yakshibaev R.A.**

**PHASE ANALYSIS, THERMAL AND THERMOELECTRIC
PROPERTIES OF NANOCRYSTALLINE $\text{Na}_{0.15}\text{Cu}_{1.85}\text{S}$,
 $\text{Na}_{0.17}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$, $\text{Na}_{0.20}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$ COMPOUNDS**

This article presents the results of synthesis, X-ray phase and X-ray spectral analysis, investigations of the thermal properties of nanocrystalline alloys. At room temperature, the alloys are a mixture of three phases of copper sulfide. A very low thermal conductivity of the alloys was observed in range of 0.1-0.6 Wm⁻¹K⁻¹.

Key words: copper sulfide, thermal conductivity, thermoelectrics.

Сульфиды меди имеют интересные физические свойства для практического применения в солнечных элементах, термоэлектрических генераторах, оптических фильтрах, устройствах твердотельной ионики и т.п. [1-3]. Широкая область гомогенности сульфида меди по металлической подрешетке (от Cu_2S до $\text{Cu}_{1.75}\text{S}$) допускает сильное легирование его другими металлами с сохранением типа кристаллической структуры [4], позволяя получать гомогенные образцы с нужными полезными свойствами. В данной работе сделана попытка изучить влияние замещения меди натрием в пределах области гомогенности сульфида Cu_{2-x}S на фазовые переходы и тепловые свойства.

В литературе есть сведения, что в квазибинарных системах с тяжелыми щелочными катионами (типа $\text{Cu}_2\text{S-K}_2\text{S}$, $\text{Cu}_2\text{S-Rb}_2\text{S}$, $\text{Cu}_2\text{S-Tl}_2\text{S}$) образуются несоизмерные квазиодномерные структуры с общей формулой ACu_7S_4 ($A = \text{Tl}, \text{K}, \text{Rb}$) [5], что эквивалентно

формуле $A_{0.25}Cu_{1.75}S$. В работе [6] нами ранее методом ДСК были исследован переход в $K_{0.1}Cu_{1.9}S$ в суперионное состояние и получены значения удельной теплоты фазового перехода $5.5 \text{ МДж}\cdot\text{г}^{-1}$. Начало фазового перехода наблюдалось при 366 К, окончание при 375 К. Температура перехода соответствует фазовому переходу из низкотемпературной моноклинной [7] (или орторомбической [8]) фазы сульфида меди в среднетемпературную гексагональную модификацию, проявляющую высокую ионную проводимость [9]. Для натрий-содержащих сульфидов меди известно образование квазиодномерного соединения $Na_2Cu_4S_3$ [10]. При малых концентрациях натрия кристаллическая структура сульфида меди не меняется [11]. Авторами [11] были получены гомогенные образцы $Na_xCu_9S_5$ при $x=0.025, 0.05, 0.15$ с максимальной термоэлектрической добротностью $ZT=1.1$ при 773 К для состава $x=0.05$ (в нашей терминологии соответствует составу - $Na_{0.01}Cu_{1.80}S$).

Образцы составов $Na_{0.15}Cu_{1.85}S$, $Na_{0.17}Cu_{1.80}S$, $Na_{0.20}Cu_{1.80}S$ были синтезированы нами в расплаве смеси гидроксидов $NaOH$ и KOH при температуре около 165°C . Все реагенты ($CuCl$, $NaCl$, $Na_2S\cdot 9H_2O$) закладывались в нагретый тефлоновый реактор одновременно. Наноструктура формировалась в течение 8 часов. Полученный в виде осадка продукт трижды промывали дистиллированной нагретой водой, затем чистым этанолом. Размеры частиц полученного порошка были в пределах от 20 до 200 нм.

Рентгенофазовый анализ проводился на дифрактометре D8 ADVANCE ECO (Bruker, Германия) на излучении $Cu K_\alpha$. Для идентификации фаз и исследования кристаллической структуры использовалось программное обеспечение Bruker AXSDIFFRAC.EVA v.4.2 и международная база данных ICDD PDF-2.

На рисунке 1 представлены рентгеновские дифрактограммы исследуемых образцов $Na_{0.15}Cu_{1.85}S$, $Na_{0.17}Cu_{1.80}S$, $Na_{0.20}Cu_{1.80}S$ при комнатной температуре.

Согласно результатам анализа, исследуемые образцы представляют собой смесь трех фаз:

$Na_2Cu_4S_3$ (PDF – 01-082-6340), тип решетки - моноклинная, пространственная сингония - $C2/m(12)$; измеренные параметры решетки: $a=16.14502$, $b=3.82600$, $c=11.94444 \text{ \AA}$, $\beta=96.206^\circ$ (в $Na_{0.15}Cu_{1.85}S$); $a=16.17351$, $b=3.81325$, $c=11.97957 \text{ \AA}$, $\beta=96.074^\circ$ (в $Na_{0.17}Cu_{1.80}S$); $a=16.18937$, $b=3.79605$, $c=11.92554 \text{ \AA}$, $\beta=96.432^\circ$ (в

$\text{Na}_{0.20}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$); В работе [10] было получено $a=15.633 \text{ \AA}$, $b=3.862 \text{ \AA}$, $c=10.332 \text{ \AA}$, $\beta=107.6^\circ$.

Cu_2S – халькозин (chalcocite) (PDF – 00-026-1116), тип решетки – гексагональная, пространственная сингония - $P6_3/mmc(194)$. Измеренные параметры решетки: $a=3.88768 \text{ \AA}$, $c=6.66901 \text{ \AA}$ (в $\text{Na}_{0.15}\text{Cu}_{1.85}\text{S}$); $a=3.92447 \text{ \AA}$, $c=6.64175 \text{ \AA}$ (в $\text{Na}_{0.17}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$); $a=3.91854$, $c=6.72141 \text{ \AA}$ (в $\text{Na}_{0.20}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$);

Cu_9S_5 – дигенит (PDF – 00-047-1748) тип решетки – ромбоэдрическая, пространственная сингония - $R-3m(166)$. Измеренные параметры решетки: $a=3.92651$, $c=47.72157 \text{ \AA}$ (в $\text{Na}_{0.15}\text{Cu}_{1.85}\text{S}$); $a=3.93655$, $c=48.05133 \text{ \AA}$ (в $\text{Na}_{0.17}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$); $a=3.92961$, $c=47.98547 \text{ \AA}$ (в $\text{Na}_{0.20}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$);.

Гексагональная фаза в чистом стехиометрическом Cu_2S наблюдается только выше 375 K [12]. То, что она обнаружена в наших образцах при комнатной температуре, может объясняться присутствием в решетке натрия, снижающим температуру фазового перехода из моноклинной (орторомбической) в среднетемпературную гексагональную фазу.

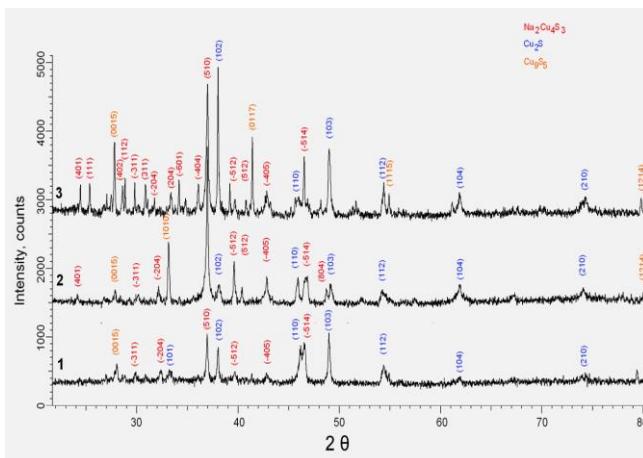


Рис. 1. Рентгеновские дифрактограммы образцов, снятые при комнатной температуре : 1) $\text{Na}_{0.15}\text{Cu}_{1.85}\text{S}$; 2) $\text{Na}_{0.17}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$; 3) $\text{Na}_{0.20}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$

На рис. 2. приведено изображение протравленной поверхности $\text{Na}_{0.17}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$ в растровом электронном микроскопе MIRA3 фирмы

TESCAN. Изображения частиц, показанные на рис. 2 имеют разброс в размерах от 30 до 400 нм, наблюдается пористая структура.

Для контроля химического состава образцов проводился энергодисперсионный элементный анализ на просвечивающем электронном микроскопе Hitachi HT7700 Exalens. На рис. 3 приведены изображение поверхности образца $\text{Na}_{0.20}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$ с увеличением $\times 500$ на просвечивающем электронном микроскопе Hitachi HT7700 Exalens и спектр энергодисперсионного элементного анализа (ЭДС), снятый для указанной на снимке точки образца.

К сожалению, излучение натрия недостаточно надежно фиксируется в ЭДС спектрах образцов из-за его малого порядкового номера. На поверхности всех образцов наблюдается пониженное содержание серы, что может быть связано с ее сильной летучестью. На пористых участках поверхности отмечается значительное содержание кислорода, на гладкой поверхности кислород не обнаруживается. Кислородсодержащих фаз не было зафиксировано при рентгенофазовом анализе образцов, поэтому речь должна идти об образовании окисной пленки на поверхности, поскольку рентгенодифракционный метод дает результат по объему, а рентгеноспектральный анализ проводится по вторичному рентгеновскому излучению с поверхности.

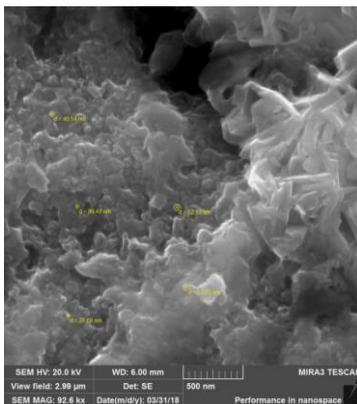


Рис. 2. Изображение протравленной поверхности $\text{Na}_{0.17}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$ в растровом электронном микроскопе MIRA3 фирмы TESCAN

Исследование фазовых переходов и тепловых эффектов твердых образцов производились на приборе DSC 404 F1 Pegasus (NETZSCH,

Германия) в атмосфере аргона в интервале температур (300-700) К. Скорость нагрева составляла 10 К/мин. На рис. 4 представлены результаты дифференциальной сканирующей калориметрии и теплоемкости (C_p) твердого образца $\text{Na}_{0.15}\text{Cu}_{1.85}\text{S}$.

Как видно из рисунка 4 пик сигнала ДСК был обнаружен при 375.6 К с площадью энтальпии 5.234 мкВтс/мг, что близко к данным для $\text{K}_{0.1}\text{Cu}_{1.9}\text{S}$ в работе [6]. Начало эффекта - около 342 ± 3 К. Окончание теплового эффекта – около 395 К. Теплоемкость изменяется в пределах (0,15-0,48) Дж/(г*К).

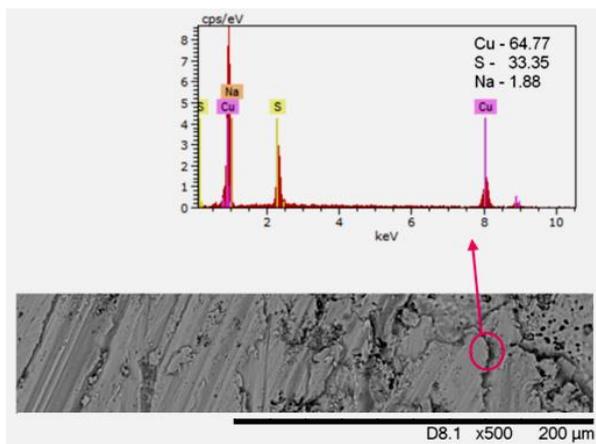


Рис. 3 Изображение поверхности образца $\text{Na}_{0.20}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$ с увеличением $\times 500$ на просвечивающем электронном микроскопе Hitachi HT7700 Exalens и спектр ЭДС, снятый для указанной на снимке точки образца

Из известных в системе Cu-S фазовых переходов в данной области температур может совершаться переход из низкотемпературной фазы дюрлеита, который в зависимости от химического состава (от $\text{Cu}_{1.934}\text{S}$ до $\text{Cu}_{1.971}\text{S}$) может происходить в интервале температур от (345 ± 3) К до 366 ± 2 К. Другая возможность – это фазовый переход из моноклинного халькоцита Cu_2S в гексагональный, который при дефиците меди (состав $\text{Cu}_{1.993}\text{S}$) вместо 377 К может происходить при (363 ± 2) К [12]. При 364 К также происходит переход из низкотемпературной ромбоэдрической модификации дигенита $\text{Cu}_{1.8}\text{S}$ в среднетемпературную гексагональную модификацию [12]. Таким образом, учитывая результаты рентгенофазового анализа, эндотермический тепловой

эффект на рис. 4, скорее всего, - результат фазового перехода из ромбоэдрического дигенита в гексагональный.

Пологий минимум на кривых ДСК и теплоемкости при 625 К на рис. 4 может быть вызван также фазовым превращением, природу которого может прояснить рентгенофазовый анализ при высоких температурах. Фазовый переход при (370-380) К сопровождается резким скачком теплоемкости, что указывает на фазовый переход первого рода. В ряду составов $\text{Na}_{0.15}\text{Cu}_{1.85}\text{S}$, $\text{Na}_{0.17}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$, $\text{Na}_{0.20}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$ теплоемкость в точке фазового перехода растет с увеличением содержания натрия. Это можно интерпретировать как косвенное свидетельство участия натрия в образовании кристаллической решетки сульфида меди, так как с ростом концентрации натрия должны расти энергетические затраты на перемешивание катионов (меди и натрия). Энтальпия перехода возрастает с ростом содержания натрия в ряду $\text{Na}_{0.15}\text{Cu}_{1.85}\text{S}$, $\text{Na}_{0.17}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$, $\text{Na}_{0.20}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$ – (5234, 6923, 11720 Дж/кг·К соответственно).

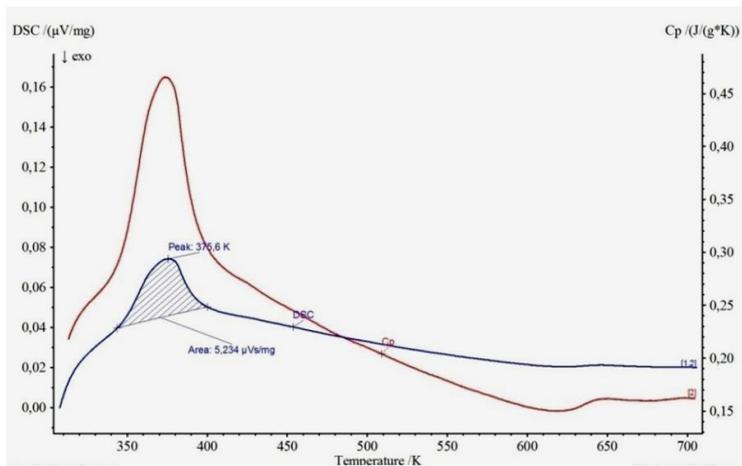
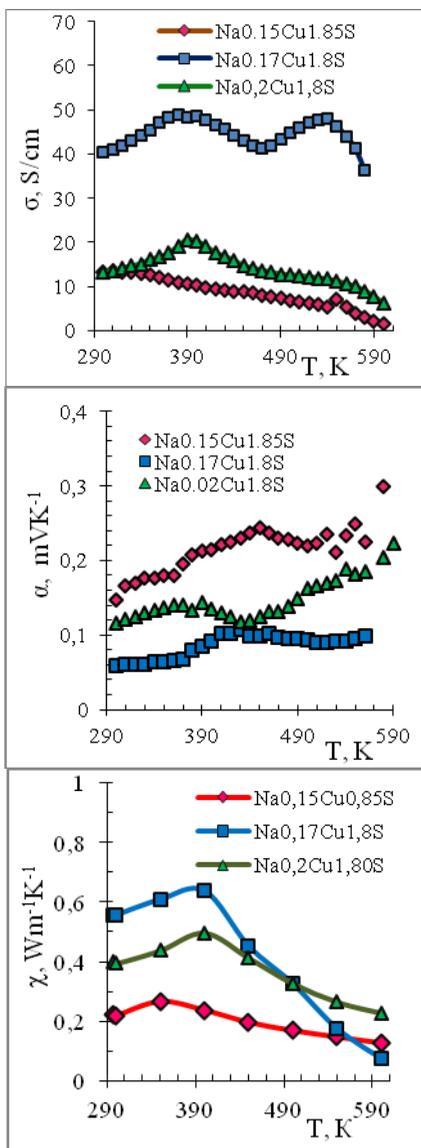


Рис. 4. Кривые ДСК и теплоемкости твердого образца $\text{Na}_{0.15}\text{Cu}_{1.85}\text{S}$

На рис. 5 приведены температурные зависимости электронной проводимости (а), коэффициента электронной термо-эдс (б) и теплопроводности (с) образцов $\text{Na}_{0.15}\text{Cu}_{1.85}\text{S}$, $\text{Na}_{0.17}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$, $\text{Na}_{0.20}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$.



a)

б)

с)

Рис. 5. Температурная зависимость электронной проводимости (а), коэффициента электронной термо-эдс (б) и теплопроводности (с) образцов $\text{Na}_{0.15}\text{Cu}_{1.85}\text{S}$, $\text{Na}_{0.17}\text{Cu}_{1.8}\text{S}$, $\text{Na}_{0.20}\text{Cu}_{1.8}\text{S}$

Наблюдаются высокие значения коэффициента электронной термо-эдс и очень низкие значения теплопроводности. Низкая теплопроводность связана с высокой ионной проводимостью [9, 13] и нанокристаллическим состоянием образцов. Максимальная термоэлектрическая добротность $ZT = \alpha^2 \sigma T / \chi \approx 0.2$ наблюдается для $\text{Na}_{0.17}\text{Cu}_{1.80}\text{S}$ при 580 К и, на наш взгляд, может быть повышена подбором состава и оптимальных условий синтеза.

Библиографический список

1. Scheer R. and Schock H.-W. Chalcogenide Photovoltaics: Physics, Technologies, and Thin Film Devices. / WILEY-VCH Verlag & Co, Germany, 2011, - 386 p.
2. Qiu P., Shi X. and Chen L. Cu-based thermoelectric materials // Energy Storage Materials, 2016. - V.3. - P. 85 - 97. doi: 10.1016/j.ensm.2016.01.009
3. Y.Q. Tang, Z.H. Ge and J. Feng. Synthesis and Thermoelectric Properties of Copper Sulfides via Solution Phase Methods and Spark Plasma Sintering // Crystals. - 2017. - V.7. - P.141.
4. M. Kh. Balapanov, R. Kh. Ishembetov, K. A. Kuterbekov, T. N. Nurakhmetov, E. K. Urazaeva, R. A. Yakshibaev. Influence of the cation sublattice defectness on the electronic thermoelectric power of $\text{Li}_x\text{Cu}(2-x)\text{-}\delta\text{S}$ ($x \leq 0.25$) // Inorganic Materials. - 2014. - V.50. - №9. – P. 930-933.
5. T. Ohtani, J. Ogura, H. Yoshihara and Y. Yokota. Physical Properties and Successive Phase Transitions in Quasi-One-Dimensional Sulfides ACu_7S_4 ($A = \text{Ti}, \text{K}, \text{Rb}$) // J. Solid State Chem. -1995. - V.115. - P.379 - 389.
6. Кубенова М.М., Балапанов М.Х. , Хабибова Г. Ф., Якшибаев Р.А. Фазовые переходы в нанокристаллических сульфидах меди, допированных калием // Актуальные проблемы микро- и нанoeлектроники. Сборник V Всероссийской научной молодежной конференции с международным участием (г.Уфа, 28 – 31 мая 2018 г.). / отв. ред. Бахтизин Р.З. – Уфа: РИЦ БашГУ. - 2018. - С.232.
7. Evans HT The crystal structures of low chalcocite and djurleite. // Zeitschrift für Krist., 1979. -V.150. -P.299-320. doi: 10.1524/zkri.1979.150.1-4.299
8. Putnis A. Electron diffraction study of phase transformations in copper sulfides. // Amer Min. - 1977. - V.62. - P.107-114.
9. Р.А. Якшибаев, М.Х. Балапанов, В.Н. Конев. Ионная проводимость и диффузия в сулерионном проводнике Cu_2S // ФТТ. - 1986. - Т.28, - №5. - С.1566 - 1568.
10. G. Savelsberg und H. Schafer. Zur kenntnis von $\text{Na}_2\text{Cu}_4\text{S}_3$ und KCu_3Te_2 // Mat. Res. Bull. - 1981. - V. 16. - P.1291-1297.
11. Ge Z.H.; Liu X.Y.; Feng D.; Lin J.Y.; He J.Q. High-performance thermoelectricity in nanostructured earth-abundant copper sulfides bulk materials.// Adv. Energy Mater. - 2016. - 1600607. Online doi: 10.1002/aenm.201600607

12. Chakrabarti D.J., Laughlin D.E. The Cu-S (Copper-Sulfur) system. J Phase Equilibria. - 1983. - V.4(3). – P. 254-271. doi: 10.1007/BF02868665

13. Balapanov M.K.; Ishembetov R.K.; Kuterbekov K.A.; Kubenova M.M.; Almukhametov R.F.; Yakshibaev R.A. Transport phenomena in superionic $\text{Na}_x\text{Cu}_{2-x}\text{S}$ ($x = 0,05; 0,1; 0,15; 0,2$) compounds. // Ionics. - 2018. - V. 24. - P. 1349-1353.

Сведения об авторах

Балапанов Малик Хамитович, доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой общей физики БашГУ. E-mail: kof-bsu@mail.ru.

Кубенова Маржан Маликовна, научный сотрудник Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева. E-mail: kubenova.m@yandex.kz.

Кутербекоев Кайрат Атажанович, доктор физико-математических наук, профессор Евразийского национального университета имени Л.Н.Гумилева. E-mail: kkuterbekov@gmail.com.

Ишембетов Раис Хурматуллоевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики БашГУ. E-mail: IshembetovRKh@rambler.ru.

Якшибаев Роберт Асгатович, доктор физико-математических наук, профессор, директор ФТИ БашГУ. E-mail: kof-bsu@mail.ru.

УДК 546.22/.24; 537.6

**Баранов Н.В., Плещев В.Г., Селезнева Н.В., Широкалова Е.М.,
Волегов А.С.**

МАГНИТНЫЕ И ТРАНСПОРТНЫЕ СВОЙСТВА ХАЛЬКОГЕНИДОВ ПЕРЕХОДНЫХ МЕТАЛЛОВ СО СЛОИСТЫМИ СТРУКТУРАМИ

В настоящей работе рассмотрены структурные, магнитные и транспортные свойства халькогенидов переходных металлов (M) в зависимости от отношения металл-халькоген (M:X). Основное внимание уделено железосодержащим халькогенидам, в частности, дихалькогенидам титана Fe_xTiX_2 , интеркалированным атомами железа и соединениям $(\text{Fe},\text{M})_7\text{X}_8$ со слоистыми структурами типа NiAs .

Ключевые слова: переходные металлы, халькогениды, кристаллическая структура, магнитное упорядочение, магнитосопротивление.

© Баранов Н.В., Плещев В.Г., Селезнева Н.В., Широкалова Е.М., Волегов А.С., 2018

**Baranov N.V., Pleshchev V.G., Selezneva N.V., Sherokalova E.M.,
Volegov A.S.**

**MAGNETIC AND TRANSPORT PROPERTIES OF
TRANSITION METAL CHALCOGENIDES WITH LAYER
STRUCTURES**

In the present work, the structural, magnetic and transport properties of transition metal chalcogenides (M) are considered depending on the metal-chalcogen ratio (M:X). The main attention is paid to iron-containing chalcogenides, in particular, titanium dichalcogenides Fe_3TiX_2 intercalated with iron atoms and $(Fe,M)_7X_8$ compounds with layered structures of the NiAs-type.

Key words: transition metals, chalcogenides, crystal structure, magnetic ordering, magnetoresistance.

Из-за большого разнообразия кристаллических структур, фазовых переходов, электрических и магнитных свойств халькогениды переходных металлов привлекают неослабевающий интерес в последние четыре десятилетия [1]. Открытие необычной сверхпроводимости в соединениях на основе FeSe [2] с тетрагональной кристаллической структурой типа PbO привело к расширению исследований халькогенидных соединений и поиску новых путей улучшения сверхпроводящих свойств. Характерными особенностями материалов на основе FeSe являются слоистый характер кристаллической структуры и близость сверхпроводимости к магнетизму. В халькогенидах переходных металлов (M) $M_{1-z}X$ ($X = S, Se, 0 < z \leq 0.5$) со слоистой кристаллической структурой типа NiAs слои металла расположены между полностью заполненными слоями халькогена. Из-за недостатка металла чередующиеся катионные слои содержат вакансии, например, при $z = 0.5$ один катионный слой может быть пустым. В дихалькогенидах MX_2 со структурой типа CdI_2 трехслойные блоки (сэндвичи) $X-M-X$ соединены между собой слабыми силами Ван-дер-Ваальса, что дает возможность внедрять (интеркалировать) между такими сэндвичами атомы (M') других элементов. Интеркаляция атомов M' в структуру MX_2 или замещение атомов M в катионных слоях атомами M' существенно изменяет свойства соединений [3]. Кроме дихалькогенидов MX_2 при увеличении отношения металл – халькоген в системах $M_{1-z}X$ могут формироваться различные фазы: M_2X_3 M_5X_8

M_3X_4 , M_7X_8 , отличающиеся не только содержанием катионов, но разным упорядочением вакансий в катионных слоях.

Дихалькогениды переходных металлов MX_2 ($z = 0.5$) проявляют парамагнетизм Паули с восприимчивостью $\chi \sim 10^{-6}-10^{-5}$ при комнатной температуре. Некоторые соединения MX_2 ($M = Ti, Nb, Ta$; $X = S, Se$) демонстрируют аномалии на температурных зависимостях $\chi(T)$, связанные с образованием волн зарядовой плотности (ВЗП) [1,3]. При низких температурах в соединениях NbX_2 и TaX_2 наблюдается сосуществование ВЗП-состояния и сверхпроводимости [3]. В соединении $TiSe_2$, в котором ниже $T_1 \sim 200$ К наблюдается ВЗП-состояние, переход в сверхпроводящее состояние может быть вызван приложением давления или интеркаляцией атомов Cu [3]. Интеркаляция соединений MX_2 атомами 3d переходного металла (M') с неполностью заполненными 3d электронными оболочками позволяет получать структуры с чередующимися слоями магнитных и немагнитных атомов [4–7]. Из-за своих необычных магнитных свойств интеркалированные M'_yMX_2 стали предметом многочисленных исследований. В зависимости от вида и концентрации интеркалированных атомов M' , а также от типа матрицы MX_2 соединения M'_yMX_2 демонстрируют богатое разнообразие магнитных состояний [4–7]. Например, интеркалированный хромом дисульфид ниобия $Cr_{1/3}NbS_2$ обладает хиральной гелимагнитной структурой и солитонной решеткой [6], в то время как соединение на основе диселенида $Cr_{1/3}NbSe_2$ является ферромагнетиком (ФМ). В интеркалированном диселениде титана $Cr_{0.5}TiSe_2$ была обнаружена несоизмеримая антиферромагнитная структура (АФМ) [7], в отличие от соединений Cr_xTiTe_2 ($x \geq 0.5$), обладающих ФМ упорядочением [8].

Магнитные свойства интеркалированных соединений зависят от распределения вакансий в катионных слоях, магнитокристаллической анизотропии и обменных взаимодействий разных типов. Предполагается, что магнитное упорядочение в соединениях M'_yMX_2 в основном определяется косвенным обменным взаимодействием через электроны проводимости и сверхобменным взаимодействием с участием ионов халькогена.

По данным нейтронографии [6,7] интеркалированные атомами Fe соединения на основе дисульфида $Fe_{0.5}TiS_2$ и диселенида титана $Fe_{0.5}TiSe_2$ являются антиферромагнетиками ниже $T_N \sim 140$ К, однако периоды их магнитных структур различны. Соединение $Fe_{0.5}TiS_2$ на

основе дисульфида титана обладает антиферромагнитной (АФ) структурой с учетверенным по отношению к кристаллической структуре периодом вдоль a и c кристаллографических осей, а замещение серы селеном, имеющим больший ионный радиус, сопровождается перестройкой магнитной структуры. В соединениях $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_{2-y}\text{Se}_y$ с содержанием селена выше $y = 0.5$ антиферромагнитная структура имеет в два раза меньший период по сравнению с магнитной структурой в $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$ [7].

Исследования процессов намагничивания в квазистатических и импульсных магнитных полях показали, что замещение серы селеном оказывает существенное влияние на поведение намагниченности этих соединений. Под действием магнитного поля в них наблюдается метамгнитный переход при достижении критического поля $\mu_0 H_{\text{crit}}$; при низких температурах в соединениях $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_{2-y}\text{Se}_y$, богатых серой ($y < 0.5$), индуцируемый полем переход сопровождается большим гистерезисом ($\mu_0 H_c \sim 5$ Тл) и является необратимым. Такое поведение соединений является необычным для антиферромагнетиков и свидетельствует о существовании локального минимума свободной энергии, а также о достаточно малом энергетическом барьере между основным АФМ и индуцированным ФМ состояниями. Наряду с различием в обменной энергии большую роль в формировании метастабильного состояния, по-видимому, играют магнитоупругие взаимодействия. Образование метастабильного высококоэрцитивного состояния наблюдалось также в незамещенном соединении $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$, что подтверждено нейтронографическими измерениями [7]. Зависимость коэрцитивной силы от концентрации в системе $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_{2-y}\text{Se}_y$ имеет немонотонный характер с максимумом $\mu_0 H_c = 5.6$ Тл при $y = 0.3$. Такие значения коэрцитивной силы обычно не характерны для материалов, магнетизм которых обусловлен только присутствием атомов железа, поскольку, как правило, материалы на основе Fe проявляют магнитомягкие свойства.

Установлено, что перестройка магнитной структуры под действием поля в соединениях $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_{2-y}\text{Se}_y$ приводит к значительным изменениям электросопротивления ($|\Delta\rho/\rho|$ до 30 %) из-за исчезновения/появления энергетических щелей в электронном спектре на границах суперзон Бриллюэна [7]. При исследовании поведения намагниченности, оказалось, что в богатых селеном соединениях $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_{2-y}\text{Se}_y$ для разрушения АФ упорядочения необходимо приложение сверхсильных магнитных полей. Замещение

серы селеном приводит к значительному росту критического поля, которое достигает $\mu_0 H_{\text{crit}} \sim 45$ Тл в соединении $\text{Fe}_{0.5}\text{TiSe}_2$ ($y = 2$). Сильное влияние на формирование магнитного упорядочения и на поведение гистерезисных свойств соединений типа Fe_{1-z}X оказывает замещение Fe атомами других 3d металлов. Немонотонное изменение результирующей намагниченности и коэрцитивной силы от концентрации титана обнаружено в соединениях $(\text{Fe,Ti})_7\text{X}_8$ [8], что является следствием неравновероятного распределения атомов 3d металлов разного сорта между полностью заполненными катионными слоями и слоями, в которых присутствуют вакансии.

Значительное влияние на формирование магнитного упорядочения и на поведение гистерезисных свойств соединений типа Fe_{1-z}X оказывает замещение Fe атомами других 3d металлов. Немонотонное изменение результирующей намагниченности и коэрцитивной силы от концентрации титана обнаружено в соединениях $(\text{Fe,Ti})_7\text{X}_8$ [8], что является следствием неравновероятного распределения атомов 3d металлов разного сорта между полностью заполненными катионными слоями и слоями, в которых присутствуют вакансии.

Результаты исследования железосодержащих халькогенидных соединений со сложной структурой типа NiAs показывают, что их магнитные и транспортные свойства проявляют сильную зависимость от замещений, а также от характера распределения атомов 3d металлов разного сорта между слоями. Необычно высокие значения коэрцитивной силы в железосодержащих халькогенидных соединениях типа $(\text{Fe,Ti})_{1-z}\text{X}$, по-видимому, связаны с наличием незамороженного орбитального момента ионов Fe.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 16-02-00480 и 16-03-00733), программы УрО РАН (проект № 18-10-2-5) и Министерства образования и науки РФ (проект № 3.2916.2017/4.6).

Библиографический список

1. Kau A.B. Two-dimensional layered materials: Structure, properties, and prospects for device applications // J. Mater. Res. – 2014. – V. 29. – No.3. – P. 348–361.
2. Mizuguchi Y., Takano Y., Review of Fe chalcogenides as the simplest Fe-based superconductor // J. Phys. Soc. Jpn. – 2010. – V. 79. – P. 102001.
3. Chen C-W., Choe J., Morosan E. Charge density waves in strongly correlated electron systems // Rep. Prog. Phys. – 2016. – V. 79. – P. 084505.

4. Pleshchov V.G., Baranov N.V., Titov A.N., Inoue K., Bartashevich M.I., Goto T. Magnetic properties of Cr-intercalated TiSe₂ // J. Alloys and Comp. – 2001. – V. 320. – P. 13-17.
5. Baranov N.V., Pleshchev V.G., Selezneva N.V., Sherokalova E.M., Korolev A.V., Kazantsev V.A., Proshkin A.V. Ferromagnetism and structural transformations caused by Cr intercalation into TiTe₂ // J. Phys.: Condens. Matter. – 2009. – V. 21. – P. 506002.
6. Selezneva N.V., Baranov N.V., Pleshchev V.G., Mushnikov N.V., Maksimov V.I. Magnetic state and properties of the Fe_{0.5}TiSe₂ // Phys. Solid State. – 2011. – V. 53. – P. 329–336.
7. Baranov N.V., Sherokalova E.M., Selezneva N.V., Proshkin A.V., Gubkin A.F., Keller L., Volegov A. S., Proskurina E.P. Magnetic order, field-induced phase transitions and magnetoresistance in the intercalated compound Fe_{0.5}TiS₂ // J. Physics: Condensed Matter. – 2013. – V. 25. – P. 066004.
8. Baranov N.V., Ibrahim P.N.G., Selezneva N.V., Gubkin A.F., Volegov A.S., Shishkin D.A., Keller L., Sheptyakov D., Sherstobitova E.A. Layer-preferential substitutions and magnetic properties of pyrrhotite-type Fe_{7-*y*}M_{*y*}X₈ chalcogenides (X = S, Se; M = Ti, Co) // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2015. – V. 27. – P. 28600.

Сведения об авторах

Баранов Николай Викторович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, заведующий лабораторией микромагнетизма ИФМ УрО РАН. E-mail: n.v.baranov@urfu.ru.

Плещев Валерий Георгиевич, кандидат физико-математических наук, доцент КФКСиНС ИЕиМ УрФУ. E-mail: v.g.pleshchev@urfu.ru.

Селезнева Надежда Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент КФКСиНС ИЕиМ УрФУ. E-mail: n.v.selezneva@urfu.ru.

Шерокалова Елизавета Маратовна, ассистент, научный сотрудник КФКСиНС ИЕиМ УрФУ. E-mail: elizaveta.sherokalova@urfu.ru.

Волегов Алексей Сергеевич, кандидат физико-математических наук; доцент КМиМН ИЕиМ УрФУ. E-mail: alexey.volegov@urfu.ru.

УДК 537.6

Григорьева Д.Д., Филатов Н.М., Надольский А.Л. ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНЫХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СИСТЕМ КАЛЬЦИЕВЫХ ПЕРОВСКИТОВ, ЛЕГИРОВАННЫХ ЖЕЛЕЗОМ

© Григорьева Д.Д., Филатов Н.М., Надольский А.Л., 2018

Данная статья посвящена изучению свойств платиновых электродов системы Ca-Fe-Ti-O₂ с циркониевыми электролитами, исследованы магнитная восприимчивость и электронная проводимость образцов.

Ключевые слова: Электрод, магнитная восприимчивость, электропроводность.

Grigoryeva D.D., Filatov N.M., Nadolskiy A.L.
THE RESEARCH STUDY ON MAGNETIC AND ELECTRICAL PROPERTIES OF THE CALCIC PEROVSKITE FERRUM ALLOYED SYSTEMS

The article deals with examination of the properties of the platinum electrodes of Ca-Fe-Ti-O₂ system with zirconic electrolytes. It includes the research of the samples' magnetic susceptibility and their electron conduction.

Keywords: Electrode, magnetic perception, conductance.

Введение

В настоящее время всё большее внимание уделяется электрохимическим устройствам, работающим в различных интервалах температур и активностей кислорода: твердо-электролитным топливным элементам, кислородным датчикам, твердо-электролитным электролизерам для получения кислорода и водорода из паров воды и т.д. Расширение и конкретизация областей применения электрохимических устройств с кислородно-проводящим твердым электролитом на основе двуокиси циркония, сдерживаются недостаточной долговечностью платиновых (губчатая платина) электродов. Кроме этого, материал электрода должен, наравне с высокой электронной проводимостью обладать проницаемостью по кислороду.

В качестве таких электродов предполагается использовать соединения типа CaTi_{1-x}Fe_xO_{3-δ} отвечающие этим требованиям [1].

Предполагается, что замещение атомов титана трёхвалентными атомами железа, приводит к образованию кислородных вакансий по квазихимической реакции:



Образующаяся кислородная вакансия создаёт, таким образом, предпосылки для ионного переноса по кислороду. Появление Fe³⁺ как

парамагнитного центра должно, соответственно, привести к появлению, как минимум, парамагнетизма.

Результаты и их обсуждение

На данном этапе проводили измерения температурных зависимостей электронной проводимости и магнитных свойств CaTiO_3 легированного железом.

В основе измерения электронной проводимости лежит стандартный четырехзондовый метод, постоянный электрический ток подводился к образцу, (образец был выполнен в виде прямоугольного параллелепипеда) посредством токовых платиновых контактов. ЭДС измерялось с однотипных контактов термопары (ТПП). Ячейка находилась в печи, при рабочих температурах от 500 до 1250 К.

Для измерения магнитной восприимчивости ($80 < T < 850$ К) использовали метод Фарадея. Он, как и большинство других методов измерения магнитной восприимчивости слабомагнитных веществ, основан на измерении механической силы, которая действует на образец с магнитным моментом μ , помещенный в неоднородное магнитное поле. В качестве эталонного вещества была выбрана соль Мора с магнитной восприимчивостью $\chi_{\text{ст}}$ при комнатной температуре $32.08 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3/\text{г}$.

Методика приготовления образцов

Поликристаллические образцы составов $\text{CaTi}_{1-x}\text{Fe}_x\text{O}_{3-\delta}$ ($x = 0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$) были изготовлены в институте высокотемпературной электрохимии УрОРАН, методом твердофазного синтеза. В качестве исходных материалов использовались оксиды кальция, титана и железа. Синтез проводили при температуре 1200°C в течении 2 ч., после чего образцы перетирали, прессовали и спекали при 1470°C 2 ч.

Электронная проводимость

В данной работе, измерения проводили на постоянном токе. Так как использовался четырех зондовый метод, то состояние подводящих и измерительных контактов не могут влиять на величину измеряемой проводимости.

Типичный вид температурной зависимости проводимости при нагреве, и охлаждении рис. 1.

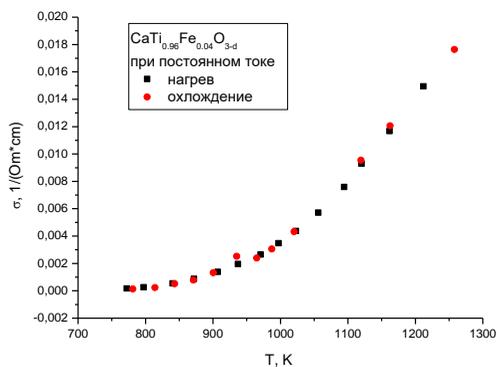


Рис. 1. Температурная зависимость проводимости $\text{CaTi}_{1-x}\text{Fe}_x\text{O}_{3-\delta}$ при постоянном токе на нагрев и охлаждение

Первое, на что стоит обратить внимание, это отсутствие прямой корреляции величин проводимостей со степенью легирования. Однако, в определенной степени, она наблюдается для ионной и электронной проводимостей, экстремумы находятся в районе состава $x = 0.2$.

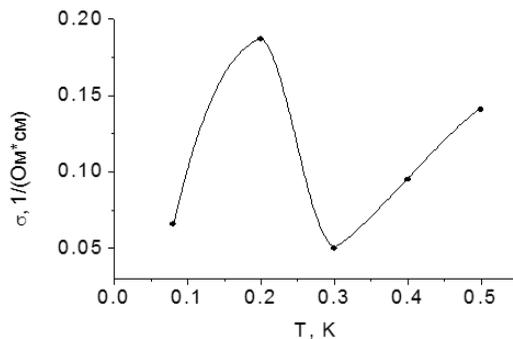


Рис. 2. Зависимость электронной проводимости от состава при $T = 1250$ К, для титаната кальция $\text{CaTi}_{1-x}\text{Fe}_x\text{O}_{3-\delta}$ ($x = 0.08-0.5$)

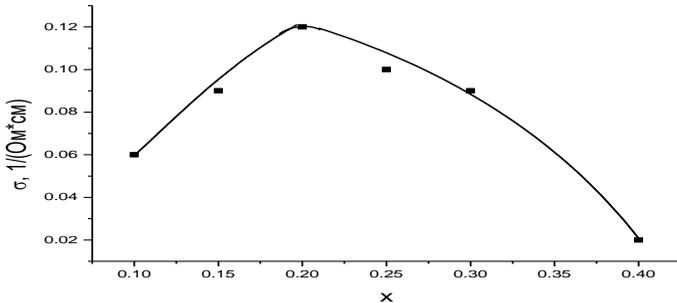


Рис.3. Литературные данные по ионной проводимости титаната кальция от состава при 1250 К [2]

Измерение магнитной восприимчивости

Методом Фарадея была измерена температурная зависимость магнитной восприимчивости образца состава по шихте $\text{CaTi}_{0,7}\text{Fe}_{0,3}\text{O}_{3-\delta}$. Данные приведены на рис. в качестве демонстрации типичных зависимостей для всех исследованных составов.

Видно, что в образце наблюдается ярко выраженный переход магнитный порядок – беспорядок при $T \sim 650$ К. Сам вид кривой вблизи этой температуры очень напоминает поведение ферромагнетика при температуре Кюри (T_c).

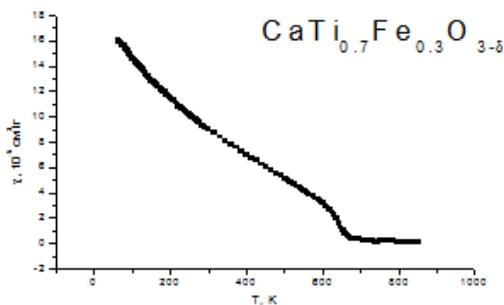


Рис. 4. Температурная кривая

Кроме того при $T < T_c$, для кольцевых титанатов наблюдается остаточная намагничённость рис.5.

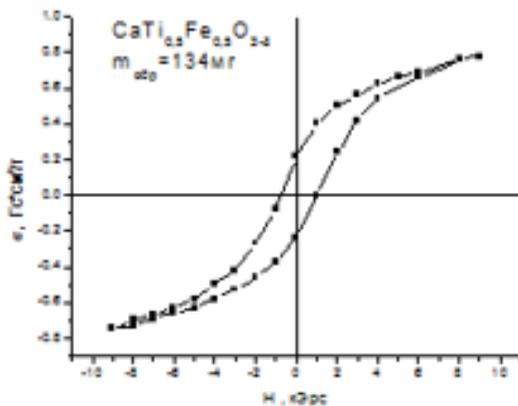


Рис. 5 Петля гистерезиса магнитной восприимчивости для $\text{CaTi}_{x-1}\text{Fe}_x\text{O}_{3-\delta}$

В диапазоне температур от 80 К до 300 К зависимость магнитной восприимчивости от температуры подчиняется закону Кюри-Вейса. Экстраполяция в $1/\chi = 0$ дает значения $\Theta_a = -235$ К ($\text{CaTi}_{0,7}\text{Fe}_{0,3}\text{O}_{3-\delta}$). При построении графика в координатах $\chi - 1/(T - Q_a)$ (рис. 6) подтверждает правильность проведенных нами измерений. Небольшое отклонение восприимчивости от нуля связано с наличием, не учтенной нами, величины начальной, постоянной восприимчивости χ_0 .

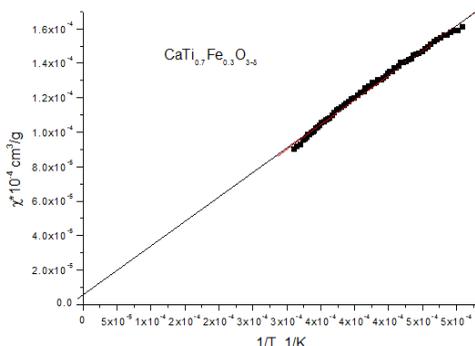


Рис. 6. Зависимость обратной магнитной восприимчивости от температуры $\text{CaTi}_{0,7}\text{Fe}_{0,3}\text{O}_{3-\delta}$

Полученные зависимости для $\text{CaTi}_{1-x}\text{Fe}_x\text{O}_{3-\delta}$ представлены на рис.7.

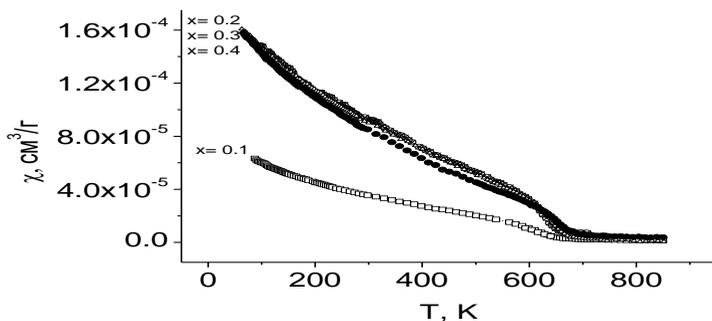


Рис. 7. Температурные зависимости магнитной восприимчивости титанатов кальция различных

В диапазоне температур $80 < T < 900$ К. Видно, что все составы имеют магнитный фазовый переход типа порядок (упорядочение) – беспорядок при температуре около 630 К, а при комнатной температуре обладают остаточной намагниченностью.

Величина магнитной восприимчивости изменяется не пропорционально степени легирования, а имеет экстремум в районе $x = 0.2$ (рис. 8).

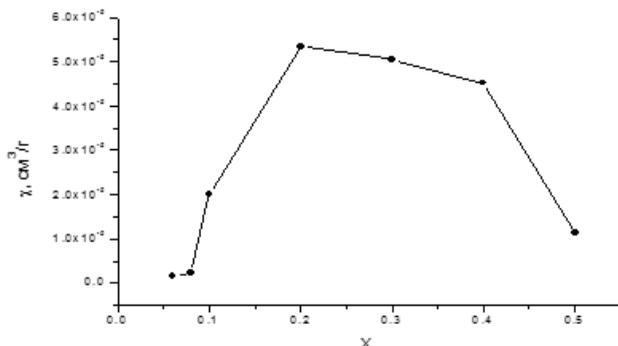


Рис. 8. Зависимость магнитной восприимчивости от состава $\text{CaTi}_{1-x}\text{Fe}_x\text{O}_{3-\delta}$ при $T = 500$ К

Ранее предполагали [3], что все введенное в исходную шихту железо размещается в узловых позициях титана.

Такой механизм легирования трудно совместить с представленными результатами измерений.

Заключение

Можно предположить, что определенная часть ионов железа размещается в узловых позициях титана, в связи с чем, возникают кислородные вакансии и увеличивается электронная проводимость. Однако, на основании присутствия магнитно упорядоченных фаз уже для состава $x = 0.1$ можно предположить, что основная часть ионов железа входит в состав отдельной магнитной фазы или нескольких фаз. Вероятно в соединения типа Ca-Fe-O. Эти фазы могут быть наноразмерными, поэтому рентгенофазовый анализ их и не выявляет.

Библиографический список

1. Л.А. Дунюшкина, В.Г. Горбунов Влияние кристаллической структуры на электрические свойства $\text{CaTi}_{1-x}\text{Fe}_x\text{O}_{3-\delta}$, Неорганические материалы, 2001, том 37, № 11, с. 1364-1369.
2. Huiming Deng, Minyau Zhou, Benjamin Abeles. Transport in solid oxide electrodes: Effect of gas diffusion, Solid State Ionics, vol № 80, 1995, p. 213-222.
3. E. Chinarro, J. R. Jurado, F. M. Figueiredo, J. R. Frade. Bulk and grain boundary conductivity of $\text{Ca}_{0.97}\text{Ti}_{1-x}\text{Fe}_x\text{O}_{3-\delta}$ materials. Solid State Ionics 160 (2003) 161-168.

Сведения об авторах

Григорьева Дарья Дмитриевна, студентка УрФУ, Email: dashagrgrv121@gmail.com.

Филатов Никита Михайлович, студент УрФУ.

Надольский Александр Львович, доцент УрФУ, кандидат физико-математических наук, Email: A.L.Nadolsky@urfu.ru.

УДК 538.945

Кислов Е.В., Селезнева Н.В., Наср М.Х.М.М., Баранов Н.В. ВЛИЯНИЕ ОКСИДОВ ПЕРЕХОДНЫХ МЕТАЛЛОВ НА ФАЗОВЫЙ СОСТАВ И СВЕРХПРОВОДЯЩИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ $\text{Fe}_{1.02}\text{Se}_{0.5}\text{Te}_{0.5}$

Представлены результаты исследований кристаллической структуры, фазового состава, поведения электропроводности и

магнитных свойств образцов $Fe_{0.92}(Oxide)_{0.1}Se_{0.5}Te_{0.5}$, полученных методом твердофазного синтеза с введением в шихту оксидов 3d металлов.

Ключевые слова: халькогениды железа, фазовый состав, кристаллическая структура, электрическое сопротивление, сверхпроводимость.

**Kislov E.V., Selezneva N.V., Nasr M.H.M.M., Baranov N.V.
EFFECT OF TRANSITION METAL OXIDES ON THE PHASE
COMPOSITION AND SUPERCONDUCTING PROPERTIES OF
 $Fe_{1.02}Se_{0.5}Te_{0.5}$ BASED MATERIALS**

The results of studies of the crystal structure, phase composition, electrical resistivity, and magnetic properties of $Fe_{0.92}(Oxide)_{0.1}Se_{0.5}Te_{0.5}$ samples obtained by solid-phase synthesis with addition of 3d metal oxides into the charge are presented.

Key words: iron chalcogenides, phase composition, crystal structure, electrical resistivity, superconductivity.

В халькогенидах железа, обладающих слоистыми структурами и богатыми фазовыми диаграммами, наблюдается широкий спектр физических свойств, интерес к исследованию которых существенно возрос после открытия необычной сверхпроводимости ниже $T_c \sim 8$ К в селениде железа $Fe_{1+\delta}Se$ с тетрагональной кристаллической структурой типа PbO (пространственная группа $P4/nmm$) [1]. На сверхпроводящие свойства сильное влияние оказывают замещения в подрешетке железа и халькогена, приложение давления, наличие неоднородностей и напряжений. Путем замещения селена серой в массивных образцах $Fe_{1+\delta}(Te,Se)$ получены значения критической температуры до 15 К. Кроме этого обнаружено, что на сверхпроводящие свойства как поликристаллических, так и монокристаллических образцов $Fe_{1+\delta}(Te,Se)$ значительное влияние могут оказывать термообработки в атмосфере, содержащей кислород, что, как предполагается, приводят к деинтеркаляции избыточных атомов Fe [2,3]. Как показано в работе [4], одной из возможностей введения кислорода в решетку и частичного замещения ионов халькогена может стать добавление оксидов в шихту на этапе синтеза. При этом использование не только оксида железа, но оксидов других переходных металлов может создать условия для замещения и по подрешетке железа.

Целью данной работы являлось изучение влияния оксидов переходных металлов на фазовый состав, кристаллическую структуру, поведение электрического сопротивления и магнитные свойства материалов системы $\text{Fe}_{0.92}(\text{Oxide})_{0.1}\text{Se}_{0.5}\text{Te}_{0.5}$ (Oxide = TiO_2 , V_2O_5 , Cr_2O_3 , Mn_2O_3 , Co_3O_4 , NiO). Поскольку максимальные значения критической температуры при нормальном давлении наблюдались в системе $\text{Fe}_{1.02}\text{Se}_{1-x}\text{Te}_x$ при содержании теллура около $x = 0.5$, этот состав в настоящей работе и был выбран в качестве исходного.

Исследуемые соединения были получены методом твердофазного ампульного синтеза в вакуумированных кварцевых ампулах. Сначала выполнялся синтез исходных образцов $\text{Fe}_{1.02}\text{Se}_{0.5}\text{Te}_{0.5}$. Первый нагрев ампул $\text{Fe}_{1.02}\text{Se}_{0.5}\text{Te}_{0.5}$ в печи выполнялся очень медленно со скоростью около $5^\circ\text{C}/\text{минут}$ до температуры 700°C с промежуточной выдержкой при 200°C и 400°C в течение 6 часов при каждой температуре. Затем образцы отжигались при температуре 700°C в течение 120 часов. После этого добавлялись оксиды металлов, для достижения гомогенности образцы подвергались термообработке дважды при температуре 700°C в течение 120 часов.

Аттестация фазового состава проводилась при помощи дифрактометра Bruker AXS D8 Advance (CuK_α – излучение). Анализ дифракционных картин проводился при помощи программного комплекса FullProf. Исследование зависимости электрического сопротивления от температуры проводилось стандартным 4-х контактным способом на постоянном токе с использованием автономного криостата замкнутого цикла CryoFree 204 в интервале температур 7-300 К. Измерения магнитной восприимчивости и намагниченности образцов осуществлялись с помощью СКВИД-магнитометра MPMS-XL-5 в температурном интервале 2–350 К и в магнитных полях до 90 кЭ.

Рентгенофазовый анализ исходного соединения $\text{Fe}_{1.02}\text{Se}_{0.5}\text{Te}_{0.5}$ показал, что в образце присутствует основная тетрагональная фаза со структурой типа PbO (пространственная группа $P4/nmm$) и небольшое количество гексагональной фазы со структурой типа NiAs (пространственная группа $P6_3/mmc$). Нами были получены значения параметров элементарной ячейки тетрагональной фазы $\text{Fe}_{1.02}\text{Te}_{0.5}\text{Se}_{0.5}$: $a = 3.788$ (2) Å, $c = 5.977$ (3) Å. Из измерений температурных зависимостей электросопротивления установлено, что температура

начала сверхпроводящего перехода исходного соединения составляет 14.2 К.

Все образцы, полученные с добавлением оксидов переходных металлов при синтезе, являются многофазными. Помимо тетрагональной и гексагональной фаз, в образцах выявлено присутствие оксидов переходных металлов, добавляемых при синтезе, а в некоторых образцах также обнаружено небольшое количество оксида железа Fe_3O_4 с кубической структурой (пространственная группа $Fd\bar{3}m$).

При исследовании влияния оксида титана на поведение электросопротивления установлено, что введение в шихту TiO_2 приводит к заметному росту электросопротивления образца при комнатной температуре, а также к изменению характера зависимости с металлического на полупроводниковый. Помимо этого, уменьшается температура сверхпроводящего перехода с 14.2 К для исходного образца до 12.7 К для $\text{Fe}_{0.92}(\text{TiO}_2)_{0.1}\text{Se}_{0.5}\text{Te}_{0.5}$.

Похожая ситуация наблюдается при введении в шихту оксида хрома: электросопротивление при комнатной температуре увеличивается, и температурная зависимость меняет свой ход, однако наблюдается несколько большее значение $T_c^{\text{onset}} = 14.5$ К и значительно меньшее значение диамагнитного отклика. Последнее обусловлено, по-видимому, присутствием в образце посторонних фаз наряду с тетрагональной сверхпроводящей фазой.

Введение оксида никеля, в отличие от оксидов переходных металлов из начала 3d ряда, приводит к полному подавлению сверхпроводимости. Кроме того, введение NiO привело к изменению поведения сопротивления с температурой. Обнаружено, что, в отличие от $\text{Fe}_{1.02}\text{Se}_{0.5}\text{Te}_{0.5}$, образец $\text{Fe}_{0.92}(\text{NiO})_{0.1}\text{Se}_{0.5}\text{Te}_{0.5}$ во всем интервале температур от 5 К до 300 К обладает активационным поведением сопротивления. Из литературных данных известно, что исчезновение сверхпроводящего перехода в FeSe наблюдается также при частичном замещении атомов железа атомами никеля [2, 4]. Поэтому можно предположить, что введение оксида никеля в шихту $\text{Fe}_{0.92}(\text{NiO})_{0.1}\text{Se}_{0.5}\text{Te}_{0.5}$ привело к частичному замещению ионов железа никелем в катионной подрешетке. На это, в частности, указывает заметное уменьшение параметра решетки с тетрагональной фазы, который характеризует межслоевое расстояние. Кроме того, по-видимому, имеет место частичное замещение ионов халькогена кислородом. На температурной зависимости намагниченности

образцов $\text{Fe}_{0.92}(\text{NiO})_{0.1}\text{Se}_{0.5}\text{Te}_{0.5}$ при температуре около 125 К присутствует ярко выраженная аномалия, что может быть связано с переходом Вервея [6] в оксиде железа Fe_3O_4 . Кроме оксида никеля, подавление сверхпроводимости обнаружено также в случае введения Co_2O_3 ; нулевое сопротивление в образце $\text{Fe}_{0.92}(\text{Co}_2\text{O}_3)_{0.1}\text{Se}_{0.5}\text{Te}_{0.5}$ не достигается при охлаждении до 7 К. Как следует из литературы [2,5], подавление сверхпроводящего перехода наблюдалось также при введении небольшого количества (~ 5 ат.%) атомов Co вместо Fe в образцах $\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x\text{Se}$.

Анализ данных по электросопротивлению, полученных для образцов с оксидами других 3d металлов, установлено, что наибольший рост сопротивления вызывает введение оксидов ванадия и марганца. Во всех других образцах с оксидами переход в сверхпроводящее состояние наблюдался с температурами T_c^{onset} около 14 К.

При введении оксидов 3d металлов, расположенных в конце 3d ряда (Co, Ni) наблюдается заметное уменьшение межслоевого расстояния и подавление перехода в сверхпроводящее состояние. Учитывая имеющиеся в литературе данные, полученные результаты показывают, что ионы кобальта и никеля частично замещают ионы железа в тетрагональной структуре типа PbO . Особый интерес представляют результаты по влиянию оксида титана, так как в $\text{Fe}_{0.92}(\text{TiO}_2)_{0.1}\text{Se}_{0.5}\text{Te}_{0.5}$ обнаружено отсутствие посторонних фаз, что свидетельствует о замещении атомов железа и халькогенов атомами титана и кислорода, соответственно, и увеличение объемной доли сверхпроводящей фазы.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-02-00480) и финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 3.2916.2017/4.6).

Библиографический список

1. Mizuguchi Y., Takano Y. Review of Fe chalcogenides as the simplest Fe-based superconductor // J. Phys. Soc. Jap. – 2010. – V. 79. – P. 102001.
2. Mizuguchi Y., Deguchi K., Tsuda S., Yamaguchi T., Takano Y. Evolution of superconductivity by oxygen annealing in $\text{FeTe}_{0.8}\text{S}_{0.2}$ // Europhysics Letters. - 2010. - Vol. 90. - P. 57002.

3. Friederichs G.M., Wörsching M. P., Johrendt D. Oxygen-annealing effects on superconductivity in polycrystalline $\text{Fe}_{1+x}\text{Te}_{1-y}\text{Se}_y$ // Superconductor Science and Technology. - 2015. - Vol. 28. - P. 095005.

4. Thakur G. S., Haque Z., Neha P., Gupta L. C., Patnaik S., Ganguli A. K. Effect of O- and Mn-Doping on Superconductivity in $\text{FeTe}_{0.5}\text{Se}_{0.5}$ Superconductor // Zeitschrift für anorganische und allgemeine Chemie. - 2014. - V. 640. - P. 1159–1163.

5. Mizuguchi Y., Tomioka F., Tsuda Sh., Yamaguchi T., Takano Y. Substitution effects on FeSe // J. Phys. Soc. Jpn. - 2009. - Vol. 78. - P. 074712.

6. Walz F. The Verwey transition – a topical review // J. Phys.: Condens. Matter. - 2002. - Vol. 14. - P. 285–340.

Сведения об авторах

Кислов Евгений Витальевич, магистрант, департамент «Физический факультет ИЕиМ УрФУ. E-mail: eu.kislov@gmail.com.

Селезнева Надежда Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент КФКСиНС ИЕиМ УрФУ. E-mail: n.v.selezneva@urfu.ru.

Баранов Николай Викторович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, заведующий лабораторией микромагнетизма ИФМ УрО РАН. E-mail: n.v.baranov@urfu.ru.

УДК 538.945

Коротков В.С., Бражник П.А., Картамышев А.А., Куроедов Ю.Д. ИМПУЛЬСНОЕ НАМАГНИЧИВАНИЕ КОМПОЗИТНЫХ ВТСП-СТРУКТУР ДЛЯ АВТОНОМНЫХ МАГНИТНЫХ СИСТЕМ

В данной работе исследовано импульсное намагничивание стопок ВТСП-2 лент с отверстием при температуре кипения жидкого азота. Представлены результаты измерения эволюции экранирующих токов и релаксации остаточных полей. Рассмотрена проблема нагрева композитных структур импульсным магнитным полем и теплообмена между слоями композита. Проведен сравнительный анализ с результатами экспериментов по импульсному намагничиванию монодоменных ВТСП-колец.

Ключевые слова: высокотемпературные сверхпроводники, $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-d}$, импульсное намагничивание, скачки потока

Korotkov V.S., Brazhnik P.A., Kartamyshev A.A., Kuroyedov Yu.D.
**PULSED FIELD MAGNETIZATION OF COMPOSITE HTS-
STRUCTURES FOR AUTONOMOUS MAGNETIC SYSTEMS**

In this paper the pulsed magnetization of stacks of HTSC-2 tapes with a hole at the boiling point of liquid nitrogen was investigated. The results of measurement of the screening currents evolution of and the relaxation of residual fields are presented. The problem of heating of composite structures by a pulsed magnetic field and heat transfer between composite layers was considered. A comparative analysis with the results of experiments on pulsed magnetization of single-domain HTS-rings was performed.

Keywords: High-Tc superconductors, $YBa_2Cu_3O_{7-d}$, pulsed field magnetization, flux jumps

Введение. Электродинамические характеристики композитных ВТСП-лент «второго поколения» в настоящее время интенсивно совершенствуются [1]. Несмотря на ограничения на максимальную ширину ленты, связанные с особенностями процесса синтеза методом импульсного лазерного осаждения, миниатюрные магниты на основе стопок лент создаются для автономных систем магнитной левитации, бесконтактных подшипников [2], что связано с распространенностью и коммерческой доступностью этих лент [3]. Путем создания массива из стопок лент возможно значительно увеличивать область однородного поля [4]. Альтернативным подходом к созданию магнитных систем автономного типа являются короткозамкнутые катушки из композитной ленты с резистивным контактом, время затухания токов в которых после намагничивания определяется индуктивностью и сопротивлением контакта и составляет в некоторых случаях несколько часов [5]. Импульсное намагничивание стопок лент без отверстия позволило достичь 2 Тл при температуре 10 К [6]. На сегодняшний день, наибольшее захваченное поле, достигнутое при статическом намагничивании стопки лент, составляет 17,7 Тл [7] свидетельствует о значительно больших значениях токнесущей способности ленты в области низких температур, где процедуру импульсного намагничивания предстоит усовершенствовать для достижения максимально возможных остаточных полей при меньших энергозатратах.

В настоящей работе исследуется импульсное намагничивание замкнутых структур из ВТСП-2 ленты, поскольку данный метод

намагничивания является наиболее энергоэффективным и экономически оправданным [6]. Электродинамические свойства ВТСП-ленты в импульсных магнитных полях определяются как движением вихрей Абрикосова между центрами пиннинга в $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ -слое, возможностью перетекания токов из $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ -слоя в стабилизирующее медное покрытие и тепловым контактом слоев $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$, стабилизатора и подложки композита. Вольт-амперная характеристика ВТСП-ленты, как правило, определяется четырёхконтактным методом в области напряженности 10^{-6} В/см в собственном магнитном поле. Для описания электродинамики сверхпроводников используется ВАХ вида $U(I) = U_0(I/I_c)^N$ с $N = 20 - 30$. Благодаря изменению магнитного потока в результате движения вихрей Абрикосова в ВТСП-слое при импульсном намагничивании, напряженность вихревого электрического поля может быть значительно выше и достигать 10^{-2} В/см, и где показатель ВАХ сверхпроводника может быть значительно ниже ($N = 9$ [8]), как в результате повышения снижения показателя N в магнитном поле, так и благодаря тому, что сопротивление композита ограничено сверху сопротивлением шунтирующих слоев (серебра или меди, в зависимости от архитектуры ленты). С практической точки зрения оптимизация процесса импульсного намагничивания позволяет сократить энергетические потери на намагничивание композита.

В противоположность монодоменным ВТСП-образцам, композитная структура ВТСП-лент обладает лучшими механическими свойствами за счет подложек из хастелоя, нержавеющей стали или сплава Ni-W. Большие объёмы производства ВТСП-лент делают их коммерчески доступными. Исследование структур с отверстием важно, поскольку в отверстии лент существует область однородного поля. Магниты захваченного поля на основе стопки лент с отверстием вдоль оси стопки могут быть использованы в качестве магнитов для микро-ЯМР томографов [9]. Как было показано ранее [10], импульсное намагничивание монодоменных ВТСП с отверстием («колец»), полученных методом охлаждения расплава, вызывает скачок магнитного потока в отверстие кольца и при достаточно малых длительностях импульса сопровождается инверсией знака захваченного поля в отверстии кольца [10,11]. Для достижения захваченного поля в отверстии кольца, близкого к предельно достижимому в процессе статического намагничивания, должен быть применён импульс с длительным временем снижения

поля $\tau_{\text{back}} > 100$ мс [12]. ВТСП-образцы без отверстия скачков потока не демонстрировали [13]. Вопрос о предельном радиусе отверстия, при котором скачки потока начинают возникать, является важным для практических применений. В данной работе выполнены исследования влияния радиуса отверстия в стопке лент на эволюцию экранирующих токов при импульсном намагничивании стопки лент без стабилизирующего покрытия и величину остаточных полей после намагничивания.

Экспериментальная процедура

1) Образец и установка

Для изготовления стопок лент использовались сверхпроводящие нестабилизированные ленты шириной 12 мм. Ленты были произведены в ПАО СуперОкс. В качестве сверхпроводящего слоя выступал высокотемпературный сверхпроводник $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$. Толщина подложки ленты - 70 мкм, она изготовлена из сплава «хастеллой». Толщина сверхпроводящего слоя $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ и серебряного слоя была не более 1-2 мкм каждая. С помощью 4-х контактного метода определена ВАХ ленты. Характерное значение критического тока лент при $T = 78$ К составляло $I_c \sim 200$ А в собственном магнитном поле. Исследована зависимость критического тока ленты от индукции внешнего магнитного поля. Для измерений эволюции остаточных полей на торце стопки был установлен датчик Холла. Ленты разрезались на отрезки длиной 14 мм, затем 50 отрезков склеивались между собой в стопку. После склейки в стопке просверливалось отверстие. Его диаметр варьировался от 3 до 7 мм. Импульсы магнитного поля создавались токами в намагничивающей катушке, возникающими при разряде батареи конденсаторов. Стопка лент была помещена внутрь намагничивающей катушки в центр симметрии. Ось «с» ВТСП-слоя ленты была направлена вдоль оси катушки. Регистрация экранирующих токов в стопке лент осуществлялась при помощи пояса Роговского. Определение внешнего поля производилось расчетным путем по измерениям силы тока через намагничивающую катушку в момент импульса ($H = \alpha I$). Эволюция внешнего магнитного поля в импульсе описывалась полусинусоидой $H(t) = H_0(\sin(\pi t/\tau))$. Длительность импульсов при намагничивании составляла $\tau \sim 7$ мс, максимальная амплитуда импульса $\mu_0 H_0 = 1,4$ Тл. Намагничивание производилось в жидком азоте.

2) Обсуждение результатов измерений

А) Исследование эволюции экранирующих токов в процессе импульсного намагничивания

Была исследована эволюция экранирующего тока стопки ВТСП-лент при намагничивании импульсами различной амплитуды. Кривые эволюции экранирующего $I(t)$ тока в стопке из 50 лент с отверстиями диаметров 3 и 5 мм представлены на рис. 1. $I(t)$ для отверстия диаметра 7 мм не представлены на рисунке, поскольку имеют качественно аналогичный вид. После каждого импульса исследуемый образец нагревался выше $T_c \sim 92$ К.

При малых значениях амплитуд намагничивающих импульсов значение экранирующего тока определяется величиной намагничивающего поля (кривые 1, 2). При повышении внешнего магнитного поля μH , экранирующий ток возрастает вместе с внешним полем и поле в отверстии близко к 0. В этом случае, момент времени, в который достигается максимальное значение экранирующего тока, совпадает с моментом достижения максимума внешнего поля. При снижении H на периферии образца наводится ток противоположного знака. Полный остаточный ток после завершения импульсного намагничивания ($t > 7$ мс) определяется совокупностью токов, наведенных во всем объеме сверхпроводника в процессе импульсного воздействия. Можно сказать, что в этом случае наблюдаемая эволюция токов стопки качественно определяется необратимой кривой намагничивания жёсткого сверхпроводника II-го рода. Максимальный остаточный ток можно достаточно условно назвать «критическим током стопки».

При высоких амплитудах импульса (кривые 4, 5 на рис. 1 а и б) наблюдается более сложная картина эволюции экранирующих токов стопки лент. Превышение экранирующего тока над критическим током стопки вызывает повышение сопротивления стопки, что сопровождается снижением экранирующего тока в моменты времени $t = \tau_m$ и в момент окончания импульса ($t = 7$ мс).

После окончания импульса наведенные в стопке токи $I > I_r$ снижаются до уровня I_r за время, определяемое эффективным сопротивлением стопки $\tau = L/R$. Величину эффективного сопротивления можно оценить, исходя из времени снижения экранирующего тока после окончания импульса, аппроксимируя $I(t)$ вблизи максимального значения экспоненциальной функцией. Результаты определенных таким образом сопротивлений лежат в диапазоне от 0.46 до 11 мкОм, что значительно ниже, чем расчетное

сопротивление стопки, предполагающее, что ВТСП-слой находится в нормальном состоянии ($R > 350$ мкОм). Снижение токов в интервале времени $t = [\tau_m, \tau_m + 1 \text{ мс}]$ также дает возможность сделать оценку сопротивления сверхпроводника снизу.

Очевидно, что определенное таким образом R стопки увеличивается с увеличением амплитуды импульса, по всей видимости, связано с зависимостью критического тока от магнитного поля. При увеличении амплитуды импульса значение I_{m1} превышает I_c максимум зависимости $I(t)$ смещается в область меньших времен, что, очевидно, связано с достижением экранирующим током значения «критического тока стопки» за меньшее время при высоких амплитудах импульса.

Для кривых 1, 2 и 3 на рис. 1 величина остаточного тока и максимальное значение экранирующего тока I_m увеличивается пропорционально амплитуде импульса. Когда амплитуда намагничивающего импульса достигает некоторое экспериментально определяемое оптимальное значение (кривая 3), наблюдается излом в зависимости $I_m(H_a)$ и $I_{tr}(H_a)$ и достигается практически неизменное значение остаточного тока, что делает дальнейшее повышение амплитуды импульса нецелесообразным с точки зрения практических приложений. «Оптимальное» значение амплитуды намагничивания снижается с увеличением диаметра отверстия в стопке, благодаря уменьшению значения «критического тока стопки».

Снижение экранирующего тока в момент $t = \tau_m$ за время порядка 1-2 мс, наблюдаемое при максимальной амплитуде импульса 1,4 Тл, воспроизводимое на исследованных образцах с отверстиями (3-7 мм), имеет, по-видимому, иную причину, чем быстрое снижение экранирующего тока в ВТСП-кольцах, сопровождаемое скачком магнитного потока за время порядка ~ 300 мкс.

В случае монодоменных колец время снижения тока определяется свойствами «канала» в ВТСП (области резистивного состояния, через которую магнитный поток поступает в отверстие кольца), поэтому его сопротивление практически не изменяется при увеличении амплитуды импульса. В монодоменных кольцах переход от намагничивания без скачка потока к намагничиванию со скачком носит пороговый характер и наблюдается при превышении амплитудой импульсного поля определенного значения.

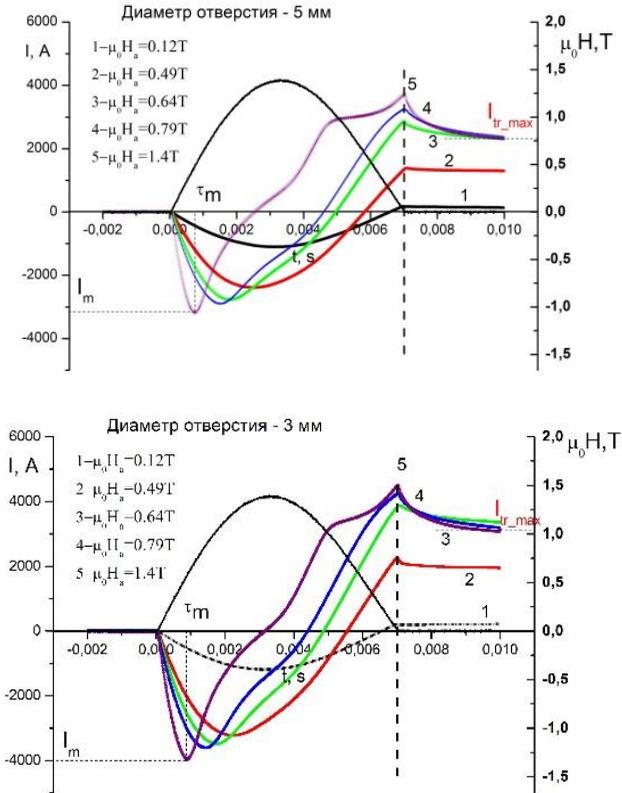


Рис. 1. Эволюция экранирующих токов стопки ВТСП-лент с отверстием диаметра 3 мм (а) и 5 мм (б) - левая ось. Эволюция внешнего поля — правая ось. Кривые обозначенные 1-5 соответствуют различным амплитудам импульса, значения $\mu_0 H_0$ указаны на рисунках

Время снижения тока в стопке ВТСП-лент, напротив, сильно зависит от амплитуды импульса. Кроме того, различие на кривых эволюции токов проявляется в соотношении остаточных и экранирующих токов. В случае намагничивания монодоменных колец со скачком потока, остаточный ток имеет значение в 10-20 раз ниже, чем максимальный экранирующий ток, что связывается с локальным нагревом кольца и с образованием перегретого «канала» [10, 11]. В случае намагничивания стопки лент наблюдается

превышение захваченного тока над максимальным экранирующим, что может быть объяснено подавлением экранирующего тока стопки внешним магнитным полем при импульсном намагничивании. Высокое значение остаточного тока свидетельствует о слабом возрастании температуры сверхпроводника, что позволяет сделать вывод об отсутствии локального тепловыделения вследствие однородности ленты и ее композитной структуры. ВТСП-слой находится в тепловом контакте со слоем серебра, нанесенным на слой ВТСП. Характерное время передачи тепловой энергии в серебрянном слое составляет $C \cdot d^2/k \ll 1$ мкс, что значительно меньше, чем время импульса. Слой серебра способствует выравниванию температуры в плоскости, параллельной плоскости ab сверхпроводника, благодаря высокой теплопроводности серебра при температуре жидкого азота $T = 78$ К ($K_{ag} \sim 500$ Вт/м·К [15], для ВТСП $T = 78$ К, $K_{YBCO} \sim 15$ Вт/м·К, [8, 16]). Высокая теплопроводность серебра способствует теплообмену стопки с хладагентом.

Вопрос о тепловом контакте между ВТСП-слоем, в котором происходит рассеяние тепла, и подложкой значительно сложнее, так как они разделены диэлектрическими буферными слоями SeO_2 и $LaMnO_3$ толщиной 100-300 нм, данные о поперечной теплопроводности которых отсутствуют. Теплоемкость подложки составляет более 95 % от теплоемкости всего композита, благодаря соотношению толщины подложки и остальных слоев. Передача тепловой энергии из сверхпроводящего слоя в подложку также может приводить к замедлению роста температуры сверхпроводящего слоя во время импульсного воздействия. В работе [14] представлен способ измерения поперечной теплопроводности буферных слоев композита. Полученное значение коэффициента теплопроводности, вычисленное для лент SuperPower с буферными слоями толщиной 150 нм, составляет $\alpha = 270$ Вт/К·см². Используя данное значение, возможно определить характерное время теплообмена между ВТСП-слоем и подложкой $t_1 = C/\alpha = 0.3$ мкс, где C - теплоемкость ВТСП-слоя на единицу площади. Результаты оценки распространения тепла в подложке, полученные из данных о коэффициенте «тепловой диффузии» α [17] при 78 К соответствуют значению $t_2 = d^2/\alpha \sim 1,7$ мс $\gg t_1$, что на 4 порядка выше и сравнимо со временем импульса. Таким образом, можно заключить, что теплообмен между сверхпроводником и подложкой должен приниматься во внимание

при расчете теплообмена между слоями композита при намагничивании импульсами со временем 7 мс.

Б) измерение остаточных магнитных полей после намагничивания

На торец стопки лент над центром отверстия был установлен датчик Холла, измерительный элемент которого находился на расстоянии 0.5 мм от плоскости стопки. Датчик измерял эволюцию аксиальной компоненты магнитного поля в стопке ВТСП-лент после импульсного намагничивания. Величина захваченного поля B_{tr} определялась сразу после прекращения импульсного воздействия.

На рис. 2. представлена зависимость «захваченного поля» B_{tr} в стопке лент с отверстиями 3 и 5 мм от амплитуды намагничивающего импульса $\mu_0 H_a$. Для отверстия 7 мм захваченное поле оказалось значительно ниже, чем предполагалось, из измерений с помощью пояса Роговского, что может быть обусловлено частичной деградацией сверхпроводящих свойств в лентах в результате просверливания.

При небольшой амплитуде импульса внешнее поле целиком экранируется и остаточное поле близко к 0. В промежуточной области намагничивающих амплитуд наблюдается монотонное возрастание захваченного поля от амплитуды намагничивающего импульса для всех диаметров отверстий. Рост захваченного поля происходит до некоторой амплитуды, определяемой максимальным экранирующим током стопки, а затем прекращается, и зависимость $B_{tr}(H_a)$ выходит на горизонтальную часть «насыщение», в соответствии со статической кривой намагничивания жестких сверхпроводников. В отличие от импульсного намагничивания ВТСП-колец, где наблюдается инверсия знака захваченного поля в отверстии при намагничивании импульсами высокой амплитуды, захваченное поле в отверстии стопки имеет тот же знак, что и намагничивающее поле вплоть до максимально возможных в нашей системе амплитуд намагничивающих импульсов $\mu_0 H_a = 1,4$ Тл.

Измеренное с помощью сканирующей холловской магнитометрии распределение аксиальной компоненты магнитного поля над плоскостью предварительно намагниченный импульсным методом стопки показало практически идентичные результаты с аналогичными измерениями после статического намагничивания (рис. 2, б) для всех размеров отверстия. Повышение температуры

сверхпроводящих слоев ΔT в процессе намагничивания в результате рассеяния энергии при движении вихрей может приводить к снижению критического тока $I_c = I_{c78}(1 - \Delta T/(T_c - 78))$ после намагничивания и соответствующему снижению остаточного поля.

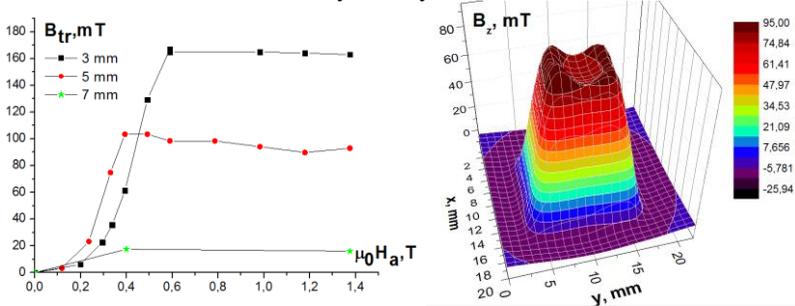


Рис.2 а) Зависимость аксиальной компоненты остаточного поля B_{tr} над центром отверстия стопки лент от амплитуды намагничивающих импульсов $\mu_0 H_a$ для различных (черные квадраты - 3 мм, красные кружки - 5 мм, зеленые звёзды - 7 мм) б) распределение остаточного поля над поверхностью стопки после импульсного намагничивания (диаметр 5 мм)

Исследование зависимости $B_{tr}(H_a)$ позволяет оценить средний перегрев сверхпроводника в результате импульсного воздействия $\Delta T(H_a) = (T_c - 78) \cdot (1 - B_{tr}/B_{FC})$, где B_{FC} - величина захваченного поля при охлаждении в поле. Как видно из результатов эксперимента (рис. 2), для всех приведенных амплитуд импульса остаточные токи имеют достаточно высокое значение и величина захваченного поля практически не снижается с увеличением амплитуды импульса, что дает возможность утверждать, что изменение температуры сверхпроводника при импульсном намагничивании не превышает 1 К. После импульсного намагничивания захваченное поле логарифмически снижается благодаря магнитной релаксации (крипу магнитного потока) $B_z(t) = B_{tr}(1 - S \cdot \ln(t))$. Скорость магнитной релаксации S для полностью намагниченной ленты позволила оценить показатель ВАХ при низких напряжениях. При уровне напряжений $U = L \cdot dI/dt \sim 1$ нВ N может увеличиться до 30, что выше, чем показатель ВАХ измеренный в магнитном поле соответствующей напряженности четырехконтактным методом. Результаты «статических» измерений остаточных полей в стопке в интервале

нескольких сотен секунд важны для практических нужд, где требуется высокое постоянство магнитного поля (например, создание бесконтактные подшипники, ЯМР-томография). Высокая стабильность магнитного поля и сравнительная простота намагничивания стопок лент открывают значительные перспективы для их практического использования.

Заключение

В настоящей работе при импульсном намагничивании стопок лент ВТСП-2 без стабилизирующего покрытия были исследованы эволюция экранирующих токов и остаточное магнитное поле. Показано, что возможно достижение остаточного поля, равного максимально возможному при намагничивании импульсами длительностью более 5 мс. Продемонстрировано отсутствие скачков магнитного потока и отсутствие инверсии знака захваченного поля в области высоких амплитуд намагничивающих импульсов (до 1.4 Тл), характерное для монодоменных ВТСП-колец. Зависимость захваченного поля до максимально исследованной амплитуды импульса является монотонной, распределение захваченных полей после импульсного намагничивания является близким к полученному при статическом намагничивании, что означает сравнительно слабый нагрев ленты в импульсном поле. Было исследовано влияние диаметра отверстия в стопке на эволюцию токов, величину и распределение захваченных полей. Слабый рост температуры и отсутствие локализованного тепловыделения («каналов») при импульсном намагничивании композитных структур может быть объяснен тепловым контактом между $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ - слоем, слоем серебра и подложкой композита.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 17-29-10023«офи_м». Авторы благодарят В. Сычугова и В. Гурьева за измерения зависимости критического тока ВТСП-ленты от внешнего магнитного поля.

Библиографический список

1. Tamegai T., Hirai T., Sun Y., Pyon S.// Physica C 530 (2016) 20–23.
2. Osipov M.A., Abin D.A., Pokrovskiy S.V., Mineev N.A., and Rudnev I.A. // Progress in Superconductivity and Cryogenics Vol.17, No.1, (2015), pp.21~24.

3. <http://www.superpower-inc.com/>
4. Mitchell-Williams T B, Baskys A, Hopkins S et al Superconductor Science and Technology, Volume 29, Number 8
5. Geng J, Zhang H, Li C, Zhang X, et al Supercond. Sci. Technol. 30 (2017) 035022 (7pp)
6. Patel A., Hopkins S. C. and Glowacki B A // Supercond. Sci. Technol. 26 (2013) 032001 (7pp)
7. Patel A., Baskys A., Mitchell-Williams T. et al// Superconductor Science and Technology, Volume 31, Number 9 (2017)
8. Page A G, Patel A, Baskys A et al// Supercond. Sci. Technol. 28 085009 (2015)
9. Hahn S, Voccio J., Park D. K., et al Ieee transactions on applied superconductivity, vol. 22, no. 3, june 2012
10. Korotkov V S, Krasnoperov E P, Kartamyshev A A, // J Supercond Nov Magn (2016) 29 : 1893–1896
11. Korotkov V S, Krasnoperov E P, Kartamyshev A A // Superconductor Science and Technology, Volume 30, Number 9, 2017
12. Красноперов Е П, Коротков В.С., Картамышев А.А., // Письма в ЖТФ, 2017, т.43, вып. 19 с. 28
13. Kartamyshev, A.A., Krasnoperov, E.P., Kuroedov, Y.D., Nizhelskiy, N.A., Poluschenko, O.L. // Physica. C. 469, 805–809 (2009)
14. Antognazza L., Decroux M., Badel A., and Abplanalp M.// IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 23, no. 3, june (2013)
15. Patel A and Glowacki B A// Journal of Physics: Conference Series 507 (2014) 022024
16. Smith D. R. and Fickett F. R.// Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology, Volume 100, Number 2, March–April (1995)
17. Lu J., Choi E. S., and Zhou H. D.// Journal of Applied Physics 103, 064908 (2008)

Сведения об авторах

Коротков Василий Сергеевич, кандидат физико-математических наук, НИЦ «Курчатовский Институт». E-mail: vasmerphi@mail.ru.

Бражник Петр Александрович, аспирант НИЦ «Курчатовский Институт», hosenk@yandex.ru.

Картамышев Александр Анатольевич, кандидат физико-математических наук, НИЦ «Курчатовский Институт».

Куроедов Юрий Дмитриевич, кандидат технических наук, НИЦ «Курчатовский Институт», kuroedov_yd@nrcki.ru.

Красноперов Евгений Павлович, доктор физико-математических наук, НИЦ «Курчатовский Институт», krasnoperov_EP@nrcki.ru.

УДК 537.9

**Нуретдинов Т.М., Повзнер А.А., Волков А.Г.,
МАГНИТНЫЙ ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД И ОСОБЕННОСТИ
ЭЛЕКТРОННОЙ СТРУКТУРЫ $Fe_xMn_{1-x}Si$**

На основе первопринципных LSDA+U+SO – расчетов электронной структуры исследуются магнитные свойства вблизи области магнитного перехода в ферромагнитном геликоиде $Fe_xMn_{1-x}Si$. Рассматривается концентрационная зависимость наличия волнового вектора геликоидального упорядочения. Получены магнитные восприимчивости для различных составов до критического перехода ферромагнетика.

Ключевые слова: критический переход, гелимагнетик, магнитные свойства, скирмионы

**Nuretdinov T.M., Povzner A.A., Volkov A.G.
MAGNETIC PHASE TRANSITION AND FEATURES OF
 $Fe_xMn_{1-x}Si$ ELECTRONIC STRUCTURE**

Based on the first-principles LSDA + U + SO - calculations of the electronic structure, magnetic properties near the region of the magnetic transition in the ferromagnetic helicoid $Fe_xMn_{1-x}Si$ are investigated. The concentration dependence of the presence of the wave vector of helicoidal ordering is considered. Magnetic susceptibilities for various compositions have been obtained prior to the critical transition of a ferromagnet.

Key words: critical transition, helimagnet, magnetic properties, skyrmion.

Сведения об авторах

Нуретдинов Тагир Мансурович, учебный мастер кафедры физики Уральского Федерального Университа.

Повзнер Александр Александрович доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой физики Уральского Федерального Университа

Волков Аркадий Германович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики Уральского Федерального Университа

УДК 546.22/.24; 537.622

Селезнева Н.В., Губкин А.Ф., Казанцев В.А., Бочканов Ф.Ю.,
Баранов Н.В.

**ВЛИЯНИЕ ЗАМЕЩЕНИЙ НА КРИСТАЛЛИЧЕСКУЮ
СТРУКТУРУ, МАГНИТНОЕ УПОРЯДОЧЕНИЕ И ФАЗОВЫЕ
ПРЕВРАЩЕНИЯ В ХАЛЬКОГЕНИДАХ ЖЕЛЕЗА СО
СТРУКТУРОЙ ТИПА ПИРРОТИНА**

Представлены данные о формировании сверхструктур в соединениях типа M_7X_8 ($M - Fe, Co, Ti$; $X - S, Se$) вследствие упорядочения атомов и вакансий. Выявлено влияние распределения атомов 3d металлов разного сорта между катионными слоями на магнитное упорядочение и физические свойства соединений.

Ключевые слова: халькогениды, кристаллическая структура, фазовые переходы, магнитные моменты, магнитное упорядочение, нейтронография, электросопротивление.

**Selezneva N.V., Gubkin A.F., Kazantsev V. A., Bochkanov F.Y.,
Baranov N.V.**

**THE EFFECT OF SUBSTITUTIONS ON THE CRYSTAL
STRUCTURE, MAGNETIC ORDERING, AND PHASE
TRANSFORMATIONS IN IRON CHALCOGENIDES WITH
PYRRHOTITE-TYPE STRUCTURE**

The data on the formation of superstructures in the M_7X_8 -type compounds ($M-Fe, Co, Ti$; $X - S, Se$) due to the ordering of atoms and vacancies are presented. The effect of the distribution of the 3d-metal atoms of different kind between the cation layers on the magnetic ordering and physical properties of the compounds has been revealed.

Key words: chalcogenides, crystal structure, phase transitions, magnetic moment, magnetic ordering, neutron diffraction, electrical resistivity.

К соединениям типа пирротин можно отнести халькогениды 3d металлов с общей формулой M_7X_8 , где $M - Fe, Ti, V, Cr, Mn, Co, Ni$; $X - S, Se, Te$. Известно, что пирротин Fe_7S_8 – нестехиометричное соединение со структурой типа $NiAs$. Наличие слоистой структуры и вакансий в катионной подрешетке позволяет, после заданной термической обработки, получать различные типы упорядочения/разупорядочения, что отражается на физических

свойствах. Так, при медленном охлаждении соединение Fe_7S_8 кристаллизуется в моноклинной сингонии с упорядочением $2\sqrt{3}a_0 \times 2a_0 \times 4c_0$, а при закалке от температуры синтеза реализуется гексагональная сверхструктура $2a_0 \times 3c_0$ [1]. Соединения Fe_7S_8 и Fe_7Se_8 ниже температур Кюри 590 К и 450 К соответственно, переходят в упорядоченное ферримагнитное состояние. Величина магнитного момента атома железа, определенная из нейтронографических измерений, равна 3.16 μ_B , что составляет 74 % от спинового момента [2]. Заниженная величина магнитного момента на атомах железа наблюдается во многих халькогенидах и связывается с участием 3d электронов в ковалентных связях Fe-X.

Замещение как по катионной подрешетке атомов железа другими 3d металлами, так и по анионной подрешетке приводит к изменению магнитного состояния. Увеличение концентрации кобальта в системах $(\text{Fe}_{1-y}\text{Co}_y)_7\text{X}_8$ до критической концентрации приводит к исчезновению дальнего магнитного порядка и магнитного момента на атомах 3d металлов даже при низких температурах [3-5].

В работе проведено исследование влияние замещения по катионной подрешетке железосодержащих халькогенидов с общей формулой Fe_7X_8 на кристаллическую и магнитную структуры, а также физические свойства.

Поликристаллические образцы $\text{Fe}_{7-y}\text{M}_y\text{X}_8$, где (M - Ti, Co; X - S, Se; $y = 0 - 7$) получены методом твердофазного ампульного синтеза в вакуумированных кварцевых ампулах по одностадийной методике при $T = 800$ °С. На последнем этапе синтеза образцы медленно охлаждались до комнатной температуры. Аттестация полученных образцов осуществлялась на дифрактометре Bruker D8 ADVANCE. Полевые и температурные зависимости намагниченности образцов измерялись на СКВИД-магнитометре MPMS (QuantumDesign) в температурном интервале 2 - 370 К и в магнитных полях до 70 кЭ, а также с помощью вибромагнетометра Lake Shore VSM 7407 в температурном интервале 300 - 1000 К. Зависимость коэффициента термического линейного расширения (КТЛР) от температуры получали на кварцевом дилатометре DL-1500 RHP компании ULVAC-SINKU RIKO (Япония) в динамическом режиме «нагрев/охлаждение» с постоянной скоростью 2 К/мин в атмосфере гелия. Для определения магнитной структуры были проведены нейтронографические исследования на порошковых образцах в температурном интервале от 1.5 К до 300 К в институте Пауля

Шеррера (Швейцария) на дифрактометрах DMC и HRPT. Уточнение кристаллических и магнитных структур проведены методом полнопрофильного анализа с помощью программы FullProf.

Замещенные соединения $(\text{Fe}_{1-y}\text{Co}_y)_7\text{X}_8$ с концентрацией кобальта $y = 0 - 0.4$ при синтезе кристаллизуются в гексагональной сингонии (пр. группа $P3_121$) со сверхструктурой $2a_0 \times 3c_0$. Установлено, что замещение железа кобальтом происходит почти статистически, атомы кобальта замещают атомы железа во всех слоях. Дальнейшее увеличение кобальта приводит к перемешиванию во всех металлических слоях атомов железа, кобальта и вакансий; на дифракционной картине отсутствуют сверхструктурные рефлексы (пр. группа $P6_3/mmc$). Обработка данных нейтронографического эксперимента позволяет заключить, что атомы кобальта, например, в соединениях $\text{Fe}_4\text{Co}_3\text{X}_8$ обладают нулевым (в пределах ошибки уточнения) магнитным моментом. Анализ нейтронограмм, полученных ниже температуры Нееля, показал, что они хорошо описываются (с фактором сходимости R_{mag} не превышающем 5%) в предположении о возникновении в этих соединениях ферромагнитной структуры с волновым вектором $k = 0$. Магнитная ячейка содержит пять атомов железа в неэквивалентных позициях. Выявлено, что разное локальное окружение атомов железа приводит к разным значениям магнитных моментов на атоме. Для выявления фазовых превращений наряду с рентгенофазовым анализом были проведены дилатометрические измерения, а также исследования изменений магнитных свойств. При дилатометрических измерениях с ростом температуры выявлены ступенчатообразные изменения размеров образца, которые носят необратимый характер и свидетельствуют о фазовом расслоении. Установлено, что образование неоднородного двухфазного состояния в результате фазового расслоения практически не влияет на температуру магнитного упорядочения; наблюдается значительное уменьшение намагниченности из-за перехода части объема образца в слабомагнитное (парамагнитное) состояние.

Замещение атомов железа атомами титана является ограниченным и приводит к моноклинным искажениям в структуре. Так, соединение $\text{Fe}_4\text{Ti}_3\text{S}_8$, кристаллизуется в моноклинной кристаллической структуре $P2/c$: слои без вакансий содержат больше атомов железа, чем атомов титана, в то время как в слоях с вакансиями больше катионных позиций занято атомами титана, чем

атомами железа. По данным нейтронографического эксперимента в интервале температур от 1.5 К до 300 К отсутствуют структурные фазовые переходы.

По данным нейтронографического эксперимента для состава $\text{Fe}_4\text{Ti}_3\text{S}_8$ свойственен коллинеарный ферримагнетизм во всем интервале температур ниже температуры магнитного упорядочения $T_N = 205$ К с волновым вектором $k = 0$. Анализ нейтронограмм, полученных ниже температуры Нееля, показал, что они хорошо описываются (с фактором сходимости R_{mag} не превышающем 3%) в предположении о возникновении в этом соединении скошенной ферримагнитной структуры, в которой направления магнитных моментов не строго перпендикулярны слоям. Кроме этого, т.к. структура имеет две структурно-неэквивалентны позиции, занимаемые атомами железа: 4g (Fe1) и 2e (Fe2), установлено, что локальные магнитные моменты Fe в этих позициях существенно различаются и увеличиваются при понижении температуры. Магнитный момент на атоме Fe1 составляет $(2.39 \pm 0.05)\mu_B$, а на атоме Fe2 $(3.08 \pm 0.05)\mu_B$ при $T = 1.5$ К. Магнитные моменты атомов Fe располагаются в ac – плоскости и расположены под углом φ (Fe1) $\approx 64.9 \pm 0.5^\circ$ и φ (Fe2) $\approx 80.8 \pm 0.5^\circ$ к плоскости параллельной слоям. Полученные значения магнитных моментов ниже спинового значения $4\mu_B$ при $g = 2$, которое можно ожидать для иона Fe^{2+} , исходя из модели локализованных моментов. Заниженное значение магнитного момента, по-видимому, является следствием участия 3d электронов внедренных атомов железа в образовании ковалентно-подобных связей и гибридизации с 3d состояниями Ti и 4p состояниями селена. Учитывая тот факт, что орбитальный момент ионов Fe^{2+} в соединениях типа Fe_7X_8 заморожен не полностью, можно предположить, что наблюдаемое различие в ориентации магнитных моментов относительно плоскости слоев, определяется конкуренцией обменных взаимодействий и влиянием локального кристаллического поля. Наряду с характеристиками магнитной структуры из нейтронографических данных получены температурные зависимости параметров решетки и длины связей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 3.2916.2017/4.6) и частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 16-02-00480 и 16-03-00733)

Библиографический список

1. Wang H., Salveson I., Wang H. A review on the mineral chemistry of the non-stoichiometric iron sulfide, Fe_{1-x}S ($0 \leq x \leq 0.125$) // Phase Transition. - 2005. – Vol. 78. – P. 547 – 567.
2. Powell A.V., Vaqueiro P., Knight K.S., Chapon L.C., Sanchez R.D. Structure and magnetism in synthetic pyrrhotite Fe_7S_8 ; a powder neutron diffraction study // Physical Review B. - 2004. – V. 70. – P. 014415.
3. Sato M., Kamimura T., Shinohara T., Sato T. Magnetic phase diagram of $(\text{Fe},\text{Co})_7\text{S}_8$ and $(\text{Mn},\text{Ti})\text{Sb}$ // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. - 1990. – V. 90 – 91. – P.179 – 180.
4. Sato M., Kamimura T., Iwata T. Magnetic properties and anisotropy of $(\text{Fe}_{1-x}\text{Co}_x)_7\text{S}_8$ // Journal of Applied Physics. - 1985. – V. 57. – P. 3244 – 3246.
5. Baranov N.V., Ibrahim P.N.G., Selezneva N.V., Gubkin A.F., Volegov A.S., Shishkin D.A., Keller L., Sheptyakov D., Sherstobitova E.A. Layer-preferential substitutions and magnetic properties of pyrrhotite-type $\text{Fe}_{7-y}\text{M}_y\text{X}_8$ chalcogenides (X = S, Se; M = Ti, Co) // Journal of Physics: Condensed Matter. - 2015. – V. 27. – P. 28600.

Сведения об авторах

Селезнева Надежда Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент КФКСиНС ИЕНиМ УрФУ. Email: n.v.selezneva@urfu.ru.

Губкин Андрей Федорович кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории нейтронных исследований вещества ИФМ УрО РАН. Email: agubkin@imp.uran.ru.

Казанцев Вадим Аркадьевич кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории нейтронных исследований вещества ИФМ УрО РАН. Email: vkazantsev@imp.uran.ru.

Бочканов Федор Юрьевич студент 3-го курса департамента «Химический факультет» ИЕНиМ УрФУ. Email fedous@mail.ru.

Баранов Николай Викторович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, заведующий лабораторией микромагнетизма ИФМ УрО РАН. Email: n.v.baranov@urfu.ru.

УДК 546.22/.24; 548.314

Топорова Н.М., Шерокалова Е.М., Селезнева Н.В., Баранов Н.В.
КРИСТАЛЛИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА И ФИЗИЧЕСКИЕ
СВОЙСТВА ИНТЕРКАЛИРОВАННОГО ДИСЕЛЕНИДА
НИОБИЯ

В работе приведены результаты рентгеноструктурного анализа и изучения физических свойств для диселенида ниобия, интеркалированного хромом и водородом.

Ключевые слова: халькогениды переходных металлов, интеркаляция, кристаллическая структура, гидрирование, электропроводность, магнитное упорядочение.

**Toporova N.M., Sherokalova E.M., Selezneva N.V Baranov N.V.
CRYSTAL STRUCTURE AND PHYSICAL PROPERTIES OF
INTERCALATED NIOBIUM DISELENIDE**

This article presents the results of X-ray diffraction analysis and study of physical properties for intercalation of chromium and hydrogen atoms in the niobium diselenide compounds.

Key words: chalcogenides of transition metals, intercalation, crystal structure, hydrogenation, electrical resistivity, magnetic ordering.

В настоящее время значительный интерес представляет исследование материалов со слоистой структурой. Богатство необычных физических свойств делает слоистые материалы чрезвычайно интересными как для экспериментаторов, так и для теоретиков. Слоистые дихалькогениды переходных металлов TX_2 (Т - металл, Х - халькоген) представляют собой упаковки трехслойных блоков Х–Т–Х с гексагональным расположением атомов халькогена и металла в слоях. Характерной особенностью этих соединений является слабая связь между блоками, что допускает внедрение (интеркаляцию) различных атомов в межблочное пространство. В случае внедрения атомов, обладающих магнитным моментом, в интеркалированных соединениях M_xTX_2 в зависимости от концентрации и сорта М атомов может наблюдаться широкий спектр магнитных состояний от спинового и кластерного стекла до антиферромагнетизма или ферромагнетизма [1, 2]. Такое разнообразие магнитных состояний является результатом конкуренции обменных взаимодействий.

Представляемая работа нацелена на изучение влияния интеркаляции хрома и водорода на кристаллическую структуру и физические свойства диселенида ниобия. Из литературных источников известно, что диселенид ниобия, в зависимости от температуры синтеза, может кристаллизоваться в трех структурных типах $2H-NbSe_2$, $4H-NbSe_2$, $3R-NbSe_2$. Так же ранее было

представлено, что соединение 2H-NbSe_2 имеет пространственную группу $P6_3/mmc$, параметры элементарной ячейки: $a = 3.449 \text{ \AA}$ и $c = 12.554 \text{ \AA}$ [3], а также обладает металлическим типом проводимости и переходит в сверхпроводящее состояние при температуре $T_c \sim 7.2 \text{ K}$ [4].

Соединения Cr_xNbSe_2 были получены через прекурсор методом твердофазного синтеза в вакуумированных кварцевых ампулах при температуре 800°C и 1000°C для 2H и 4H модификаций, соответственно, в течение 120 часов. Рентгенографическая аттестация производилась на дифрактометре Bruker D8 Advance. После рентгенографической аттестации и уточнения кристаллографических параметров были проведены магнитные измерения с помощью СКВИД магнитометра MPMS (Quantum Design) в интервале температур от 2 до 350 K и измерения электросопротивления стандартным четырёхзондовым методом на поликристаллических компактированных образцах правильной геометрической формы в интервале температур 5 – 300 K. Гидрирование образцов проводилось на установке типа Сивертс.

При исследовании исходных соединений (матриц) установлено, что соединения 2H-NbSe_2 и 4H-NbSe_2 образуют однофазные гидриды с увеличением объема элементарной ячейки на 3% и 1.6%, соответственно. Гидрирование ведет к подавлению сверхпроводящего перехода и смене типа проводимости с металлического на активационный.

В ряду интеркалированных соединений системы Cr_xNbSe_2 , по описанной методике синтеза, удалось получить однофазные соединения с максимальной концентрацией $x = 0.5$. Образец состава $\text{Cr}_{0.6}\text{NbSe}_2$ получился двухфазным, содержание второй фазы не более 2%. До концентрации $x = 0.25$ соединения Cr_xNbSe_2 изоструктурны матрице NbSe_2 . Анализ дифракционных данных полученных для состава $\text{Cr}_{0.33}\text{NbSe}_2$ показал, что атомы хрома в этом соединении упорядочиваются в плоскости ab с образованием сверхструктуры $\sqrt{3}a_0 \times \sqrt{3}a_0$. Соединение $\text{Cr}_{0.33}\text{NbSe}_2$ кристаллизуется в гексагональной сингонии, пространственная группа $P6_322$ и имеет следующие кристаллографические параметры: $a = 5.9797(2) \text{ \AA}$ и $c = 12.6868(3) \text{ \AA}$. Аналогичная ситуация наблюдается и для состава $x = 0.5$. Модификация исходной матрицы не оказывает значительного влияния на структуру интеркалированных соединений. Анализ температурных и полевых зависимостей намагниченности для соединений Cr_xNbSe_2 показал, что образцы с концентрацией $x \leq 0.25$

ниже критической температуры T_f проявляют свойства спинового или кластерного стекла (для $x = 0.1, 0.2, 0.25$ температура замерзания $T_f = 4, 43, 65$ К, соответственно). Дальний ферромагнитный порядок формируется в соединениях с высоким содержанием хрома: в $\text{Cr}_{0.33}\text{NbSe}_2$ при $T_c \sim 100$ К, в $\text{Cr}_{0.5}\text{NbSe}_2$ при $T_c \sim 85$ К и в $\text{Cr}_{0.6}\text{NbSe}_2$ при $T_c \sim 68$ К. Эффективный магнитный момент на атомах хрома для всех исследованных составов близок к значению для свободного иона Cr^{3+} . Исследования кинетических свойств показали, что все составы системы являются металлами. На температурных зависимостях электросопротивления для составов с концентрациями $x = 0.33, 0.5, 0.6$ имеются аномалия вблизи T_c , что предположительно связано с формированием ферромагнитного упорядочения ниже данной температуры.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-32-00278 мол_а.

Библиографический список

1. Yoffe A.D. Physical properties of intercalated solids // Solid State Ion. - 1983. – V. 9–10. – P. 59–69.
2. Baranov N.V. et al. Magnetic order, field-induced phase transitions and magnetoresistance in the intercalated compound $\text{Fe}_{0.5}\text{TiS}_2$ // J. Physics: Condensed Matter. - 2013. – V. 25. – P. 066004.
3. Чижиков Д. М., Счастливый В. П. Селен и селениды. М.: Наука, 1964. – 260 с.
4. Hu W.Z., Wang G.T. Evidence for a band broadening across the ferromagnetic transition of $\text{Cr}_{1/3}\text{NbSe}_2$ // Physical review B. - 2008. – V. 78. – P. 085120.

Сведения об авторах

Топорова Наталья Максимовна, магистрант, департамент «Физический факультет ИЕИМ УрФУ. E-mail: toporova.natalia1402@mail.ru.

Шерокалова Елизавета Маратовна, н.с. ИЕИМ УрФУ. E-mail: elizaveta.sherokalova@urfu.ru.

Селезнева Надежда Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент КФКСиНС ИЕИМ УрФУ. E-mail: n.v.selezneva@urfu.ru.

Баранов Николай Викторович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, заведующий лабораторией микромагнетизма ИФМ УрО РАН. E-mail: n.v.baranov@urfu.ru.

УДК 537.868.3+622.276

**Фатыхов Л.М., Фатыхов М.А., Бакирова Д.И.
ИССЛЕДОВАНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ
АСФАЛЬТОСМОЛОПАРАФИНОВЫХ ВЕЩЕСТВ**

Исследован тангенс угла диэлектрических потерь асфальтосмолопарафиновых отложений некоторых месторождений Западной и Восточной Сибири в зависимости от частоты электромагнитных колебаний.

Ключевые слова: исследование, диэлектрические свойства, асфальтосмолопарафиновые вещества.

**Fatykhov L.M., Fatykhov M.A., Bakirova D.I.
RESEARCHES OF DIELECTRIC PROPERTIES
ASFALTOSMOLOPARAFINOVYKH OF SUBSTANCES**

The asphaltosmoloparafinovykh of deposits of A23 layer of the Vostochno-Perevalny field of Kogalymneftegaz depending on the frequency of electromagnetic oscillations is probed a dielectric loss tangent.

Keywords: research, dielectric properties, wax deposition.

Результаты исследований, проведённых как в нашей стране, так и за рубежом, свидетельствуют о том, что одним из эффективных методов борьбы с асфальтосмолопарафиновыми отложениями (АСПО), принципиально отличающимся от традиционных, является использование энергии высокочастотных (ВЧ) и сверхвысокочастотных (СВЧ) электромагнитных полей (ЭМП) [1-3]. При этом наиболее значимым эффектом является нагрев, происходящий в результате перехода энергии электромагнитного излучения (ЭМ) во внутреннюю энергию среды в процессах её поляризации.

Технология борьбы с АСПО в нефтедобывающих скважинах с помощью энергии ВЧ и СВЧ ЭМП отличается тем, что скважина служит не только трубой, через которую извлекается на поверхность нефть, но и волноводом или коаксиальной линией, по которой транспортируется энергия ЭМП. Эффективность данного технологического процесса зависит от электромагнитной мощности в скважине.

Выбор оптимальных способов борьбы с АСПО зависит от многих факторов, в частности, от способов эксплуатации скважин, термобарических условий в её стволе, состава и свойств добываемой продукции. Воздействуя на эти факторы и характер взаимоотношений между парафинами, смолами и асфальтенами, можно управлять структурообразованием асфальтосмолопарафиновых веществ в добываемой жидкости. Одним из приёмов, позволяющих воздействовать на них, является использование энергии ВЧ и СВЧ ЭМ излучения.

Взаимодействие вещества АСПО с электромагнитным полем определяется характером зависимости его диэлектрических свойств от частоты, температуры и давления. Эти зависимости могут быть определены только экспериментальным путем.

АСПО не является простой смесью асфальтенов, смол и парафинов, а представляет собой сложную структурированную систему с ярко выраженным ядром асфальтенов и сорбционно-сольватным слоем из нефтяных смол [4]. Асфальтосмолистые вещества представляют собой гетероциклические соединения сложного гибридного состояния, в состав которых входят азот, сера, кислород и металлы [5, 6].

В таблице 1 представлены свойства исследованных образцов АСПО. Как видно из таблицы 1, АСПО содержит также механические примеси, в частности, песок.

Таблица 1. Свойства образцов АСПО

Параметры	Объект	
	Восточно-Перевальное месторождение, Когалымнефтегаз, пласт А23	Як 3-7, скв 540 Сузун -Ванкор межпромыслового трубопровода
Асфальтены, %	4	0,6
Смолы, %	9	12
Парафины, %	27	41
Мехпримеси, %	1,4	5
Нефтяной остаток, %	59	41
Температура плавления АСПО, °С	53,6	61
Температура плавления парафина, °С	54	63

Анализ показывает, что диэлькометрический метод, основанный на особенностях взаимодействия ВЧ ЭМП малой мощности с неоднородными средами, является информативным методом определения условий выпадения асфальтосмолопарафиновых веществ в нефтях. С этой целью были проведены экспериментальные исследования тангенса угла диэлектрических потерь $\text{tg}\delta$ нефти с добавлением песка и парафина в зависимости от частоты электромагнитных колебаний в диапазоне 30 – 300 МГц и температуры в диапазоне 25 – 80 °С методом куметра (рисунки 1 – 3).

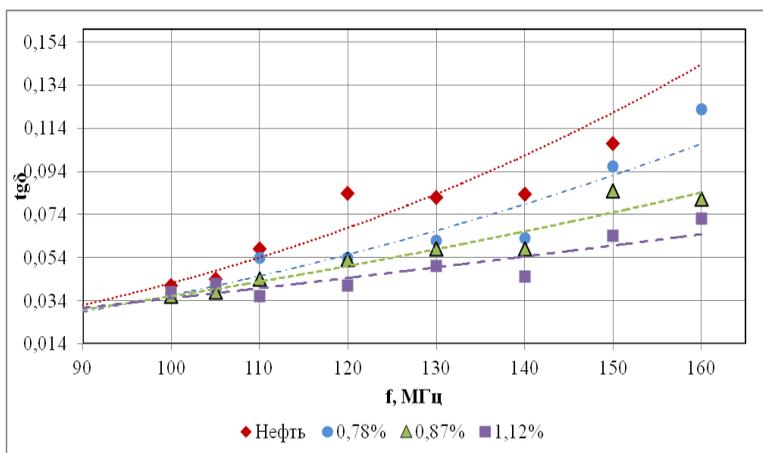


Рис. 1. Зависимость тангенса угла диэлектрических потерь смесей нефти с песком

Зависимость $\text{tg}\delta$ исследованных сред от частоты электромагнитных колебаний подчиняется закономерностям, характерным для полярных жидкостей. Так как в измерительной ячейке поддерживалась одинаковая масса, для нефти с песком $\text{tg}\delta$ зависит от количества песка – чем больше масса песка, тем меньше $\text{tg}\delta$ смеси.

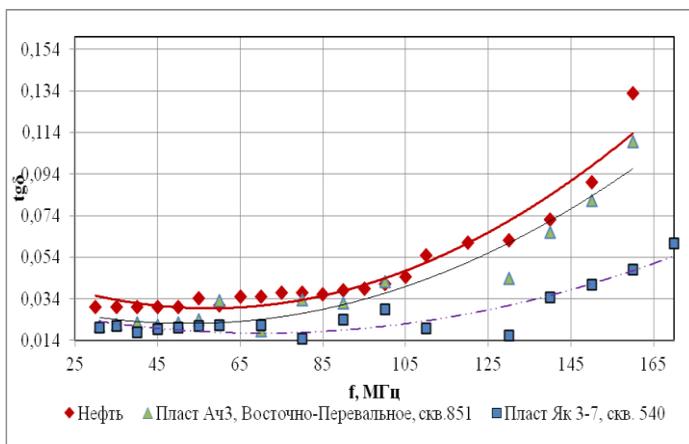


Рис. 2. Зависимость тангенса угла диэлектрических потерь нефти и образцов АСПО от частоты электромагнитных колебаний

Аппроксимируя данные, представленные на рисунке 3, можно установить температуру кристаллизации парафина по значению экстремума $\text{tg}\delta$. Например, для нефти с добавлением парафина, равна 53 ± 1 °С, пласта Як 3-7 - 58 ± 1 °С, пласта Ач3 - 56 ± 1 °С.

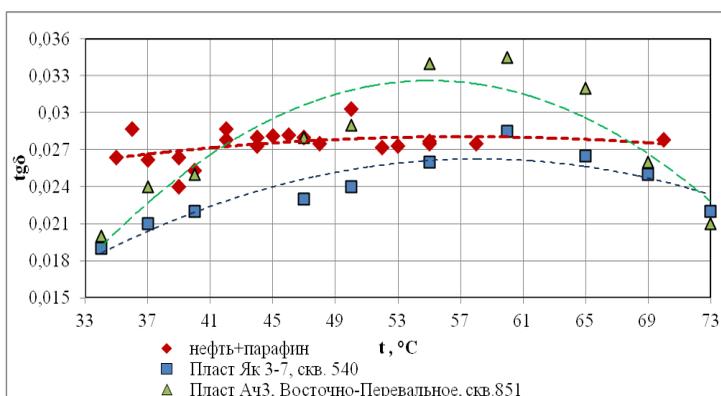


Рис. 3. Зависимость тангенса угла диэлектрических потерь нефти с дополнительным содержанием парафина (АСПО) на частоте 35 МГц

Более того, с ростом температуры увеличивается $\text{tg}\delta$ сред. Эту закономерность можно использовать для контроля роста кристаллов

парафина (АСПО), а, следовательно, для контроля за образованием АСПО и предотвращения их образования.

Библиографический список

1. Турбаков М.С., Рябоконт Е.П. Совершенствование эффективности очистки нефтепроводов от отложений парафинов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Геология. Нефтегазовое и горное дело. – 2015. – №17. – С.54–62. DOI:10.15593/2224-9923/2015.17.6.
2. Саяхов Ф.Л., Фатыхов М.А., Имашев Н.Ш. Способ электродепарафинизации скважин // Открытия. Изобретения. – 1987. – N 20. – А.с. 1314756 СССР.
3. Ахметов А.Т., Дьячук А.И., Кислицын А.А. и др. Способ ликвидации ледяных, газогидратных и парафиновых пробок в выкидных линиях скважин и трубопроводах // Открытия. Изобретения. – 1992. – N 3. – А. с. 1707190 СССР.
4. Иванова Л.В., Буров Е.А., Кошелев В.Н., Асфальтосмолопарафиновые отложения в процессах добычи, транспорта и хранения //Электронный научный журнал «Нефтегазовое дело». – 2011. – №1. <http://www/ogbus.ru>.
5. Шарифуллин А.В., Байбекова Л.Р., Сулейманов А.Т. Особенности состава и строения нефтяных отложений //Технология нефти и газа. –2006. – № 6. – С. 19 - 24.
6. Шарифуллин А.В., Байбекова Л.Р., Состав и структура асфальтосмоло-парафиновых отложений Татарстана //Технология нефти и газа. – 2006. – № 6. – С. 34–41.

Сведения об авторах

Фатыхов Ленарт Миннеханович, руководитель группы проектирования и мониторинга разработки Печорской группы месторождений филиала ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг» ПермНИПИнефть. E-mail: lenfort@inbox.ru.

Фатыхов Миннехан Абузарович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой общей и теоретической физики БГПУ им. М. Акмуллы. E-mail: fatykhovma@mail.ru.

Бакирова Динара Ильдаровна, магистрант кафедры общей и теоретической физики БГПУ им. М. Акмуллы. E-mail: dilara.backirova@yandex.ru.

УДК 546.22/.24; 537.622

Шерокалова Е.М., Кондратович Е.С., Селезнева Н.В.,
Баранов Н.В.

**ВЛИЯНИЕ МЕХАНОАКТИВАЦИИ НА МАГНИТНЫЕ
ГИСТЕРЕЗИСНЫЕ СВОЙСТВА ХАЛЬКОГЕНИДОВ Fe_7S_8 И
 Fe_7Se_8**

Приведены результаты исследования влияния размеров кристаллитов на магнитные гистерезисные свойства образцов Fe_7S_8 и Fe_7Se_8 , подвергнутых механоактивации.

Ключевые слова: механоактивация, магнитный момент, халькогениды редкоземельных металлов, область когерентного рассеяния.

**Sherokalova E.M, Kondratovich E.S., Selezneva N.V., Baranov N.V.
EFFECT OF MECHANOACTIVATION ON THE MAGNETIC
HYSTERESIS PROPERTIES OF Fe_7S_8 AND Fe_7Se_8
CHALCOGENIDES**

The results of a study of the effect of crystallite size on the magnetic hysteresis properties of Fe_7S_8 and Fe_7Se_8 samples subjected to mechanoactivation are presented.

Key words: mechanoactivation, magnetic moment, rare earth chalcogenides, coherent scattering region.

Халькогениды железа Fe_7S_8 и Fe_7Se_8 являются ферромагнетиками с температурами Кюри 590 К и 450 К соответственно [1]. Дальний магнитный порядок связан со сверхобменным взаимодействием через немагнитные ионы халькогена, а также с косвенным обменным взаимодействием через электроны проводимости типа РККИ. Из данных по нейтронографии известно, что магнитные моменты железа упорядочены ферромагнитно внутри слоев, а взаимодействие между слоями является антиферромагнитным. При этом, благодаря наличию вакансий в каждом втором катионном слое, магнитные моменты не скомпенсированы полностью, в результате чего формируется ферромагнитное упорядочение [2]. Известно также, что в соединении Fe_3Se_4 при уменьшении размера кристаллитов значительно увеличивается коэрцитивная сила (H_c). В наноразмерном состоянии

(около 2 нм) H_c соединения Fe_3Se_4 достигает значения 3.4 кЭ при комнатной температуре и возрастает до 36 кЭ при понижении температуры до 10 К [3].

Данная работа нацелена на определение влияния механической активации на формирование магнитных свойств в соединениях Fe_7S_8 и Fe_7Se_8 .

Соединения Fe_7S_8 и Fe_7Se_8 были получены методом твердофазного синтеза в вакуумированных кварцевых ампулах. Исходные материалы нагревали постепенно, с выдержкой в 12 часов, при температурах: 200°C, 400°C, 600°C в течение суток при каждой температуре, затем отжигали при температуре 950°C в течение двух недель. Механическая активация образцов осуществлялась в латуновой шаровой вибрационной мельнице (частота вибраций 16 Гц, амплитуда 2 мм) в атмосфере аргона. Время активации составляло $\tau = 1, 3, 7$ и 10 часов. Рентгенографическая аттестация производилась на дифрактометре Bruker D8 Advance. Электронно-зондовый микроанализ проводился с помощью рентгеновского детектора X-Max (Oxford, Великобритания). Измерения магнитной восприимчивости и намагниченности образцов осуществлялись с помощью СКВИД-магнитометра MPMS-XL-5 и установки PPMS (Quantum Design, США) в температурном интервале 2–350 К и в магнитных полях до 90 кЭ.

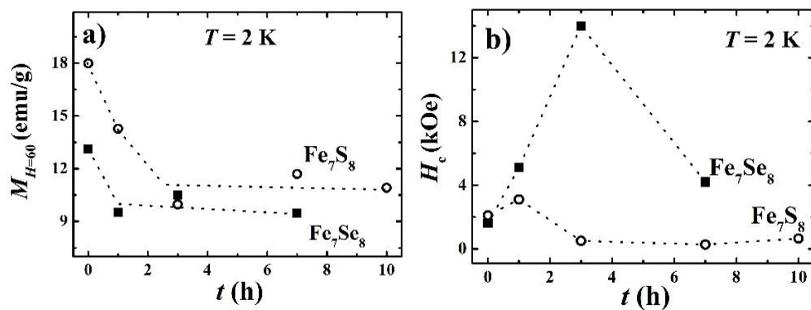


Рис. 1. Зависимость намагниченности в магнитном поле 60 кЭ (а) и коэрцитивной силы (б) от времени механоактивации для соединений Fe_7S_8 и Fe_7Se_8 .

Анализ рентгенограмм, полученных для исходных соединений и образцов после обработки в шаровой мельнице, показал, что влияние механоактивации более ярко выражено в случае соединений Fe_7Se_8 :

уже после одного часа механоактивации рефлексy значительно ушyряются, их интенсивность падает, а после 7 часов начинается процесс аморфизации образца.

На температурных зависимостях магнитной восприимчивости для механоактивированных образцов Fe_7S_8 и Fe_7Se_8 отсутствуют аномалии при 32 К (Fe_7S_8) и 110 К (Fe_7Se_8). Зависимости намагниченности от времени обработки для обоих соединений имеют общую тенденцию к уменьшению, однако в селениде наблюдается более быстрый спад. Учитывая ферромагнитный характер упорядочения в исследуемых материалах, такое поведение может быть связано с более статистическим распределением вакансий в катионных слоях.

Для исходных соединений Fe_7S_8 и Fe_7Se_8 значение коэрцитивной силы близко и имеет значение порядка $H_c \sim 1.9$ кЭ. Для Fe_7Se_8 после обработки в течение 3 часов H_c достигает максимального значения 14.3 кЭ (при $T = 2$ К), что почти в 8 раз больше, в сравнение с исходным состоянием. В сульфиде влияние механоактивации на гистерезисные свойства менее выражено, максимальное значение $H_c = 3.1$ кЭ (при $T = 2$ К) наблюдается после обработки в течении одного часа.

Формирование агломератов после обработки более 3 часов и в Fe_7S_8 и в Fe_7Se_8 подтверждается данными электронной микроскопии.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 3.2916.2017/4.6) и частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты 16-02-00480 и 16-03-00733).

Библиографический список

1. Baranov N.V.et. al. Layer-preferential substitutions and magnetic properties of pyrrhotite type $\text{Fe}_{7-y}\text{M}_y\text{X}_8$ chalcogenides ($X = \text{S}, \text{Se}; \text{M} = \text{Ti}, \text{Co}$) // Journal of Physics: Condensed Matter, 2015. – Vol. 27. – P. 286003.
2. Powell A.V., Vaquero P., Knight K.S., Chapon L.C., Sanchez R.D. Structure and magnetism in synthetic pyrrhotite Fe_7S_8 ; a powder neutron diffraction study // Physical Review B, 2004. – V. 70. – P. 014415.
3. Zhang H., Long G., Li Da, Sabirianov R., Zeng H. Fe_3Se_4 Nanostructures with giant coercivity synthesized by solution chemistry // Chemistry of Materials, 2011. – V. 23. – P. 3769-3774.

Сведения об авторах

Шерокалова Елизавета Маратовна, ассистент, научный сотрудник КФКСиНС ИЕНиМ УрФУ. Email: elizaveta.sherokalova@urfu.ru.

Кондратович Екатерина Сергеевна, студент 4-го курса ИЕНиМ УрФУ. Email: katabotiktik@yandex.ru.

Селезнева Надежда Владимировна, кандидат физико-математических наук, доцент КФКСиНС ИЕНиМ УрФУ. Email: n.v.selezneva@urfu.ru.

Баранов Николай Викторович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, заведующий лабораторией микромагнетизма ИФМ УрО РАН. Email: n.v.baranov@urfu.ru.

УДК 538.93

Якшибаев Р.А., Акманова Г.Р.

ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД В ДВУМЕРНОМ СУПЕРИОННОМ ПРОВОДНИКЕ CuCrS_2

Представлены результаты расчетов параметров элементарной ячейки в зависимости от температуры. Изучен характер термического разупорядочения ионов меди в соединении CuCrS_2 . Показаны результаты термогравиметрии и ДСК-калориметрии.

Ключевые слова: суперионные проводники, элементарная ячейка, интенсивности дифракционных линий, фазовый переход.

Yakshibaev R.A., Akmanova G.R.

PHASE TRANSITION IN THE TWO-DIMENSIONAL SUPERIONIC CONDUCTOR OF CuCrS_2

The results of calculations of the unit cell parameters as a function of temperature are presented. The character of the thermal disordering of copper ions in the CuCrS_2 compound was studied. The results of thermogravimetry and DSC calorimetry are shown.

Key words: superionic conductors, elementary cell, intensity of the diffraction lines, phase transition.

Двумерный суперионный проводник CuCrS_2 относится к классу слоистых соединений. Особенностью таких соединений является их слоистая структура, образованная тройными слоями CrS_2 , между которыми находятся атомы меди. Низкотемпературная фаза соединения CuCrS_2 и принадлежит к пространственной группе $R3m$

[2,3]. На рис. 1 представлена элементарная ячейка исследуемого соединения CuCrS_2 в гексагональном представлении при комнатной температуре.

Тетраэдрические позиции образуют псевдодвумерную ячейку, состоящую из двух подрешеток α и β (рис. 2) При низких температурах ионами меди занята лишь одна из подрешеток. С увеличением температуры происходит перераспределение ионов меди по обеим подрешеткам α и β , которое приводит к фазовому переходу.

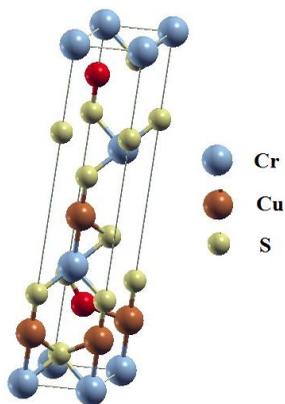


Рис. 1. Элементарная ячейка соединения CuCrS_2 при комнатной температуре

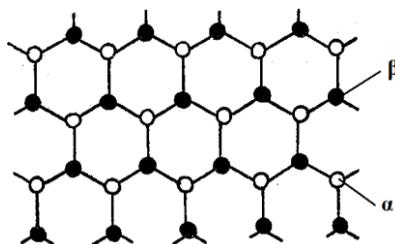


Рис. 2. Ячеиная подрешетка ионов меди

Методами рентгенографии и при исследовании теплоемкости [2] была определена температура фазового перехода для двумерного суперионного проводника CuCrS_2 - 676К. Выше температуры фазового перехода ионы Cu^+ статистически распределены по всем тетраэдростам, вероятность заполнения меди подрешеток α и β одинакова и равна 0,5.

Были проведены подробные исследования динамики температурного разупорядочения ионов меди в CuCrS_2 . Известно, что данное соединение при температуре 676 К испытывает фазовый переход второго рода. Характер термического разупорядочения ионов меди был изучен на основе анализа температурной зависимости интенсивности дифракционных пиков (104) и (015).

Поскольку плоскость (015) содержит ионы меди, а плоскость (104) не содержит их, то перераспределение ионов меди должно приводить к разному характеру изменения интенсивностей данных дифракционных пиков.

На рис. 3 представлена зависимость I_{104} и I_{015} от температуры для соединения CuCrS_2 . Поскольку плоскость (015) содержит ионы меди, а плоскость (104) не содержит их, то перераспределение ионов меди должно приводить к разному характеру изменения интенсивностей данных дифракционных пиков. Действительно, при повышении температуры интенсивность линии (015) постепенно уменьшается и сливается с фоном при температуре 698 К, а относительная интенсивность линии (104) возрастает.

Были рассчитаны интенсивности дифракционных линий (104) и (015) при вариации степени заполнения α -подрешетки ионами меди. Сравнение показало, что при комнатной температуре α -подрешетка заполнена с вероятностью 0,95. Состояние полного разупорядочения, когда подрешетки α и β заполнены равновероятно, соответствует температуре выше 673К [1].

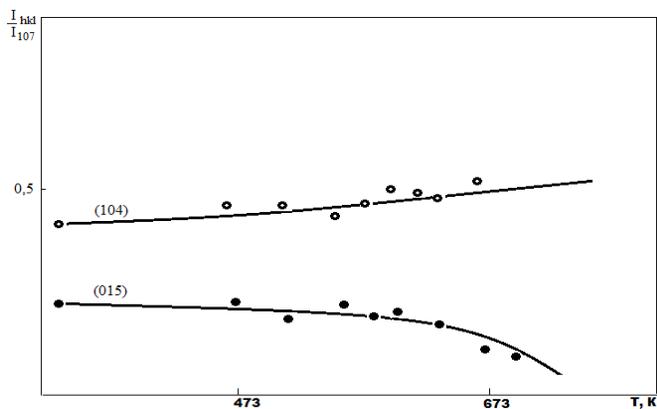


Рис. 3. Температурные зависимости относительных интенсивностей дифракционных линий (104) и (015)

На рис. 4 представлены температурные зависимости параметров a , c и объема V элементарной ячейки для соединений CuCrS_2 . Параметр c изменяется монотонно с повышением температуры, в то время как на зависимости $a(T)$ имеется излом при

температуре 673 К Различный характер температурной зависимости параметров решетки a и c обусловлен тем, что в данных системах изменение параметров элементарной ячейки определяется двумя процессами. Первый - обычное термическое расширение, второй процесс - разупорядочение подрешетки ионов меди.

Процесс разупорядочения, уменьшая параметр a в области температур от комнатной до 673 К, приводит к слабой его зависимости от температуры. Выше 673 К после ионного разупорядочения наблюдается только термическое расширение. Разупорядочение подрешетки одновалентных ионов на изменение c не влияет, поэтому наблюдается монотонная зависимость во всем температурном интервале. Характер изменения параметра a от температуры и соответственно, объема элементарной от температуры позволяет сделать вывод о том, что при температуре 673 К происходит фазовый переход второго рода, приводящий к скачкообразному изменению коэффициента термического расширения.

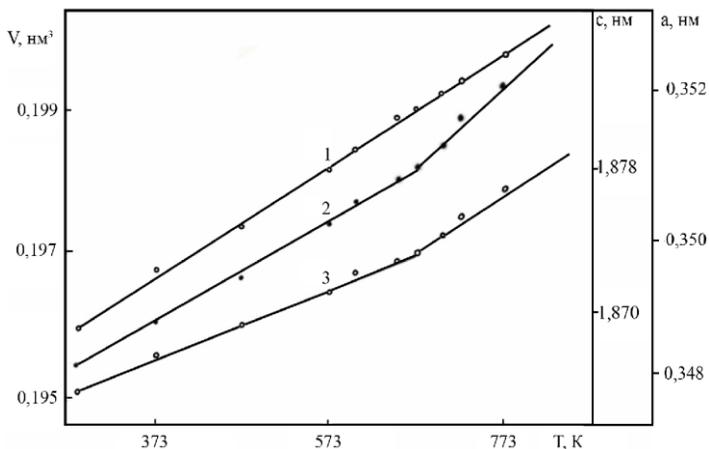


Рис. 4. Температурные зависимости параметров c (1), a (2) и объема V (3) элементарной ячейки соединения CuCrS_2

Полученные результаты ДСК являются подтверждением фазового перехода второго рода при температуре 673 К и процессом термического разупорядочения ионов меди (рис. 5).

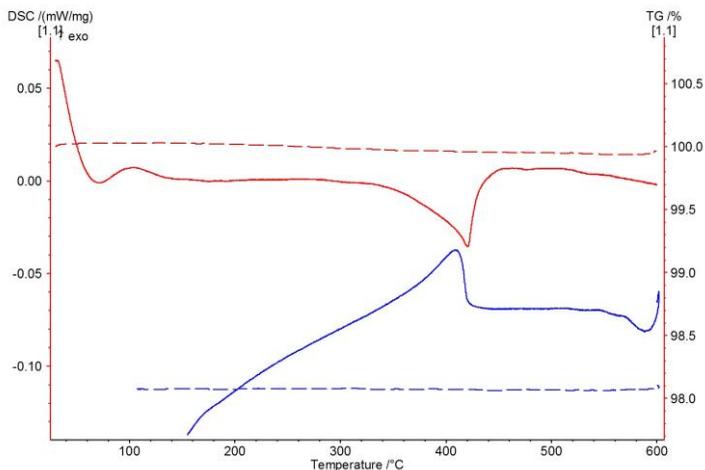


Рис. 5. Кривые ТГ и ДСК соединения CuCrS_2

Таким образом, наличие фазового перехода второго рода при температуре 673 К подтверждает ряд экспериментальных данных: температурные зависимости параметра a и объема V элементарной ячейки, зависимости относительных интенсивностей дифракционных линий (104) и (015) от температуры, результаты ДСК-калориметрии соединения CuCrS_2 . Из расчетов теоретических дифракционных линий и их сравнением с экспериментальными данными, можно сделать вывод, что в точке фазового перехода происходит полное разупорядочение подрешетки ионов меди.

Библиографический список

1. Акманова Г.Р., Биккулова Н.Н., Давлетшина А.Д. // Электрохимия, 2013. - Т.49. - № 8. - С.921 - 926.
2. Engelsman F.M.R., Wiegers G.A., Jellinek F., van Laar B.// J.Solid State Chem. – 1973. – V.6, № 4. – P.574 - 582.
3. Yakshibaev R.A., Akmanova G.R., Almukhametov R.F., Konev W.N.// Phys.Stat.Sol(a), 1991. - V. 24. - P. 417 - 426.

Сведения об авторах

Якшибаев Роберт Асгатович, доктор физико-математических наук, директор физико-технического института БашГУ. E-mail: ft_i_bsu@mail.ru.

Акманова Гузель Рифкатовна, кандидат физико-математических наук, доцент физико-технического института БашГУ. E-mail: grakmanova@mail.ru.

Секция «Неравновесная термодинамика»

УДК 536.12, 517.2

Абдуллин А.У.

БИФУРКАЦИОННЫЕ РЯДЫ ОДНОЙ ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

В данной статье для системы, описывающей трехуровневую замкнутую трофическую цепь, найдены области глобальной устойчивости (бассейны притяжения) на основе метода функций Ляпунова, определены соответствующие сепаратрисные поверхности и построены бифуркационные (сукцессионные) ряды.

Ключевые слова: трофическая цепь, глобальная устойчивость, функции Ляпунова, бифуркационный ряд.

Abdullin A.U.

BIFURCATION ROWS OF SOME ECOLOGICAL SYSTEM

Lyapunov functions method has determined the global stability regions (attraction pools) for some three-level closed trophic scheme. The corresponding separatrix surfaces and bifurcation (succession) rows also have been constructed.

Keywords: trophic scheme, global stability, Lyapunov functions, bifurcation rows.

В работе [1] автором было предложено упрощение построения ковариационной матрицы и функции распределения комплексным преобразованием координат в исходных уравнениях Ито для стохастических диффузионных процессов в некоторых физико-химических и биологических системах. Здесь же на примере простой диссипативной модели, описываемой системой трех нелинейных дифференциальных уравнений и имеющей аддитивный закон

сохранения, исследуются бифуркационные ряды в зависимости от значения интеграла движения. Предложенная система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} \dot{N}_1 = N_1(-\varepsilon_1 - \gamma_1 M_1 + \beta_1 M_0), \\ \dot{N}_2 = N_2(-\varepsilon_2 - \gamma_2 M_1 + \beta_2 M_0), \\ \dot{M}_1 = M_1(-\varepsilon - \tilde{\gamma}_1 N_1 + \tilde{\gamma}_2 N_2), \\ M = M_0 + N_1 + N_2 + M_1 = const, \tilde{\gamma}_1 < \gamma_1, \tilde{\gamma}_2 < \gamma_2, \end{cases} \quad (1)$$

и является математическим описанием трехуровневой замкнутой трофической цепи. Здесь функции N_1 , N_2 описывают автотрофные популяции, а функция M_1 – гетеротрофную.

Локальный анализ подобной цепи был выполнен Алексеевым В.В. [2]. Наше исследование проведено в рамках глобального подхода, основанного на анализе глобальной устойчивости возникающих в процессе самоорганизации структур. Глобальная устойчивость решений понимается здесь как асимптотическая устойчивость в целом в области (GAsSt [3]). Функции Ляпунова строились по типу, предложенному Гоэлом (1971) и используемому обычно для анализа устойчивости биологических сообществ:

$$L = \sum_i S_i(q_i), \quad q_i = \frac{x_i}{\bar{x}_i} - \ln \frac{x_i}{\bar{x}_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

где \bar{x}_i – стационарные решения, n – число уравнений.

Однако даже для таких функций применить классический прямой метод Ляпунова не удастся из-за слишком сильных ограничений, накладываемых на производную функций Ляпунова. Поэтому в работе используется несколько развитый метод функций Ляпунова, опирающийся на теорему Барбашина-Красовского [4]:

Если для дифференциальных уравнений возмущенного движения можно найти определенно-положительную функцию $L(\vec{x})$, удовлетворяющую условию $\lim_{|\vec{x}| \rightarrow \infty} L(\vec{x}) = \infty$, производная которой,

вычисленная в силу этих уравнений, удовлетворяет при всех x двум условиям: $\dot{L} < 0$ вне K , $\dot{L} = 0$ на K , где K – многообразие точек, не содержащее целых траекторий системы при $0 \leq t < \infty$, то невозмущенное движение устойчиво в целом.

Итак, будем исследовать глобальную (асимптотическую устойчивость в целом в области) устойчивость стационарных решений системы (1) в зависимости от бифуркационного параметра, в качестве которого выберем общее количество биомассы M в экологической системе. Система имеет шесть решений

$$\begin{aligned} 1) M^{(0)} &= (0,0,0), \quad 2) M^{(1)} = (\bar{N}_1, 0, 0), \\ 3) M^{(1')} &= (0, \bar{N}_2, 0), \quad 4) M^{(2)} = (\bar{N}_1, 0, \bar{M}_1), \\ 5) M^{(2')} &= (0, \bar{N}_2, \bar{M}_1), \quad 6) M^{(3)} = (\bar{N}_1, \bar{N}_2, \bar{M}_1). \end{aligned} \quad (3)$$

Отметим, что стационарные значения переменных для различных точек не совпадают (несмотря на одинаковые обозначения).

Специальными преобразованиями исходной системы (1) получены производные функций Ляпунова для каждого из решений. Для получения шестой функции представим исходную систему в виде

$$\begin{cases} \dot{N}_1/N_1 = \beta_1(\bar{N}_1 - N_1) + \beta_1(\bar{N}_2 - N_2) + (\gamma_1 + \beta_1)(\bar{M}_1 - M_1), \\ \dot{N}_2/N_2 = \beta_2(\bar{N}_1 - N_1) + \beta_2(\bar{N}_2 - N_2) + (\gamma_2 + \beta_2)(\bar{M}_1 - M_1), \\ \dot{M}_1/M_1 = \tilde{\gamma}_1(\bar{N}_1 - N_1) + \tilde{\gamma}_2(\bar{N}_2 - N_2). \end{cases}$$

Умножая уравнения на $\tilde{\gamma}_1(\gamma_2 + \beta_2)(N_1 - \bar{N}_1)$, $\tilde{\gamma}_2(\gamma_1 + \beta_1)(N_2 - \bar{N}_2)$, $(\gamma_1 + \beta_1)(\gamma_2 + \beta_2)(M_1 - \bar{M}_1)$, получим после сложения всех уравнений

$$\begin{aligned} \dot{L} &\equiv \frac{d}{dt} \left\{ \tilde{\gamma}_1(\gamma_2 + \beta_2)(N_1 - \bar{N}_1 \ln N_1) + \tilde{\gamma}_2(\gamma_1 + \beta_1)(N_2 - \bar{N}_2 \ln N_2) + \right. \\ &\quad \left. + (\gamma_1 + \beta_1)(\gamma_2 + \beta_2)(M_1 - \bar{M}_1 \ln M_1) \right\} = \\ &= -A(N_1 - \bar{N}_1)^2 - B(N_2 - \bar{N}_2)^2 - (A+B)(N_1 - \bar{N}_1)(N_2 - \bar{N}_2), \\ &\quad A = \beta_1 \tilde{\gamma}_1(\gamma_2 + \beta_2), \quad B = \beta_2 \tilde{\gamma}_2(\gamma_1 + \beta_1). \end{aligned} \quad (4)$$

Чтобы добиться определенно-положительности этих функций, достаточно добавить к этим функциям специально подобранные постоянные. Функция Ляпунова для разбираемого 6-го решения

$$L = \left\{ \tilde{\gamma}_1(\gamma_2 + \beta_2) \left(\frac{N_1}{\bar{N}_1} - \ln \frac{N_1}{\bar{N}_1} - 1 \right) \bar{N}_1 + \tilde{\gamma}_2(\gamma_1 + \beta_1) \left(\frac{N_2}{\bar{N}_2} - \ln \frac{N_2}{\bar{N}_2} - 1 \right) \bar{N}_2 + (\gamma_1 + \beta_1)(\gamma_2 + \beta_2) \left(\frac{M_1}{\bar{M}_1} - \ln \frac{M_1}{\bar{M}_1} - 1 \right) \bar{M}_1 \right\}. \quad (5)$$

В соответствии с теоремой Барбашина-Красовского необходимо показать, что для полученных уравнений справедливо условие $\lim_{|\bar{x}| \rightarrow \infty} L(\bar{x}) = \infty$ и многообразие K из теоремы не содержит

целых траекторий системы. Первое из них, очевидно, выполняется. Поскольку в нашем случае многообразие K – это поверхность в фазовом пространстве динамических переменных, определяемая условием $\dot{L} = 0$, то для проверки второго условия достаточно показать ([5]), что выражение

$$\vec{U} \cdot \text{grad} \dot{L} = \sum_{j=1}^3 F_j \frac{\partial \dot{L}}{\partial N_j}, \quad \vec{N} = (N_1, N_2, M_1)$$

где \vec{U} – скорость изображающей точки, а компонентами вектор-функции F являются правые части системы (1), не равно тождественно нулю. Для функции Ляпунова рассматриваемого решения

$$\vec{U} \cdot \text{grad} \dot{L} = - \left\{ 2A(N_1 - \bar{N}_1) + (A+B)(N_2 - \bar{N}_2) \right\} N_1^2 F_1(N_1, N_2, M_1) - \left\{ 2B(N_2 - \bar{N}_2) + (A+B)(N_1 - \bar{N}_1) \right\} N_2^2 F_2(N_1, N_2, M_1).$$

Поскольку траектория не может одновременно лежать на двух различных поверхностях, задаваемых уравнениями

$$\dot{L} = 0, \quad \vec{U} \cdot \text{grad} \dot{L} = 0,$$

то многообразие K (поверхность $\dot{L} = 0$) не будет содержать целых траекторий системы.

Таким образом, в силу теоремы Барбашина-Красовского области $\dot{L} < 0$ являются областями глобальной устойчивости, а поверхности $\dot{L} = 0$ являются сепаратрисными поверхностями, разделяющими области притягивающихся и отталкивающихся (относительно положений равновесия) траекторий.

Рассмотрение сепаратрисных поверхностей позволяет как получить области глобальной устойчивости в пространстве параметров и фазовом пространстве, так и проследить эволюцию системы в зависимости от значений бифуркационного параметра M . Результатом подобного рассмотрения является построение бифуркационных (сукцессионных) рядов. Для различных областей параметров исходной системы получена дюжина рядов от самых простых до достаточно сложных и богатых различными режимами «триггерных» состояний.

В качестве примера простого ряда можно привести смену состояний при $\varepsilon_2/\beta_2 > \varepsilon_1/\beta_1$, $\gamma_2/\beta_2 > \gamma_1/\beta_1$. В этом случае ряд состоит только из трех сменяющих друг друга стационарных точек $M^{(0)} \rightarrow M^{(1)} \rightarrow M^{(2)}$, причем смена режимов происходит при значениях $M_1^C = \varepsilon_1/\beta_1$ и $M_2^C = \varepsilon_1/\beta_1 + \varepsilon_2/\beta_2$. Так как формальной областью устойчивости в фазовом пространстве точки $M^{(0)}$ является область над гиперболическим параболоидом, а он при $M < \min\{\varepsilon_1/\beta_1, \varepsilon_2/\beta_2\}$ не входит в положительный октант, то областью устойчивости в этом интервале будет область этого октанта, ограниченная плоскостью $N_1 + N_2 + M_1 = M$. С увеличением M при M_1^C центр параболоида вторгается в положительный октант и точка $M^{(0)}$ вырождается в седло. На втором участке ряда областью устойчивости является полость над параболоидом с характерными ограничениями. При M_2^C он переворачивается, но при этом уже точка $M^{(1)}$ превращается в седловую. На последнем участке областью устойчивости является внешняя область подвижной цилиндрической поверхности и при некотором \tilde{M} областью устойчивости становится вся физическая область.

При $\varepsilon_2/\beta_2 < \varepsilon_1/\beta_1$, $\gamma_2/\beta_2 > \gamma_1/\beta_1$, $\tilde{\gamma}_2 < \tilde{\gamma}_1$ реализуется цепочка $M^{(0)} \rightarrow M^{(1')} \rightarrow M^{(2')} \rightarrow M^{(2)}, M^{(2')}, M^{(3)} \rightarrow M^{(1)}$, причем на предпоследнем участке реализуется триггерное состояние. Фазовое пространство разделяется сепаратрисными поверхностями на области притяжения трех стационарных точек, однако могут возникать области перекрытия. В области перекрытия сказать что-то

определенное относительно поведения системы предложенный метод не позволяет. Подобная неопределенность является, видимо, следствием возникновения в этой области особых режимов – от режима автоколебаний до стохастичности. На основе исследования локальной устойчивости можно заключить, что в рассматриваемой системе не могут возникать циклы в результате бифуркации Андронова-Хопфа (при пересечении показателями Ляпунова мнимой оси). Однако здесь могут, по всей вероятности, реализовываться другие сценарии рождения периодических движений.

Библиографический список

1. Харрасов М.Х., Абдуллин А.У. О гауссовской аппроксимации решений уравнения Фоккера-Планка. // ДАН. - 1994. – Т.335. - № 1. – С.32–34.
2. Alekseev V.V. Kinetics and nonequilibrium processes and ecology.// Thermodynamics and kinetics of biological processes. Berlin – New York. Walter de Gruyter & Co. - 1982. – P.309-314.
3. Метод векторных функций Ляпунова в теории устойчивости. // Под ред. Воронова А.А., Матросова В.М. М.: Наука, 1987. – 312 с.
4. Барбашин Е.А., Красовский Н.Н. Об устойчивости движения в целом. // ДАН. - 1952. – Т.86. - № 3. – С.435–456.
5. Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. М.:Наука, 1966. –530 с.

Сведения об авторах

Абдуллин Альберт Уралович, кандидат физико-математических наук, доцент ФТИ БашГУ. Email: auabdullin@mail.ru

УДК 536.242

Ахметова О.В., Идрисова Г.Н., Крючко Н.Ю.

АСИМПТОТИЧЕСКИ ОСРЕДНЕННОЕ ЗНАЧЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В ТРЕХСЛОЙНОМ ПЛАСТЕ С ВЕРТИКАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ ПРИ ЗАКАЧКЕ

Получено асимптотическое решение задачи о температурном поле, возникающем при закачке флюида в слоисто-неоднородный ортотропный пласт в нулевом приближении. Теплопроводность центрального пропластка полагается зависящей от вертикальной координаты. Приведены результаты расчетов пространственно-

временных распределений температуры в условиях закачки теплоносителя.

Ключевые слова: температура, асимптотический метод, теплопроводность.

**Akhmetova O.V., Idrisova G.N., Kryuchko N.YU.
ASYMPTOTICALLY AVERAGED TEMPERATURE IN A
THREE-LAYER RESERVOIR WITH VERTICAL
INHOMOGENEITY DURING INJECTION**

An asymptotic solution is obtained for the problem of the temperature field that arises when a fluid is pumped into a layered heterogeneous orthotropic layer in the zeroth approximation. The thermal conductivity of the central interlayer is assumed to depend on the vertical coordinate. The results of calculations of space-time temperature distributions in the conditions of coolant injection are presented.

Keywords: temperature, asymptotic method, thermal conductivity.

Важную роль в исследовании фильтрации играет моделирование теплофизических процессов в нефтегазовой технологии при изучении методов повышения нефтеотдачи пластов [1, 2].

В цилиндрической системе координат исследуемая пористая слоисто-неоднородная среда представлена тремя областями с плоскими границами раздела $z_d = \pm h$, перпендикулярными вертикальной оси. Среда считается сильно анизотропной, так что можно пренебречь в уравнениях теплопроводности для всех областей слагаемыми, содержащими радиальные составляющие теплопроводности. Ввиду аксиальной симметрии задачи, слагаемые, содержащие угловую координату φ , в уравнениях опущены.

Математическая постановка задачи для покрывающего и подстилающего массивов представляется уравнениями теплопроводности в настиляющем и подстилающем пластах, уравнением конвективной теплопроводности в пласте-коллекторе с учетом источников тепла [3]. В качестве источников тепла Q_d могут выступать, например, химические реакции при воздействии химически активных веществ (например, кислоты), реакции радиоактивного распада при фильтрации радиоактивных растворов, баротермический эффект и т.п. На границах раздела заданы условия идеального теплового контакта. Температура в начальный момент

времени совпадает с геотермическим распределением. Температура закачиваемой жидкости изменяется согласно заданной зависимости. Начальное распределение температуры сохраняется в течение любого конечного промежутка времени в достаточно удаленных от источника областях.

С использованием соотношений

$$r = \frac{r_d}{h}, \quad z = \frac{z_d}{h}, \quad \text{Fo} = \frac{ta_{z1}}{h^2}, \quad u = \frac{u_d \cdot h}{a_{z1}}, \quad \chi = \frac{c_1 \rho_1}{c\rho},$$

$$Q(r, \text{Fo}) = \frac{h^2}{\theta_{11} a_{z1}} Q_d(r_d, t), \quad \Lambda = \frac{\lambda_{z1}}{\lambda_z}, \quad \lambda = \frac{\lambda_{z2}}{\lambda_{z1}}, \quad \alpha^{-2} = \frac{a_{z2}}{a_{z1}},$$

$$T_1 = \frac{\theta_1 - \theta_0 + \Gamma h + \Gamma_1(z_d - h)}{\theta_{11}},$$

$$T_2 = \frac{\theta_2 - \theta_0 - \Gamma h + \Gamma_1(z_d + h)}{\theta_{11}}, \quad T = \frac{\theta - \theta_0 + \Gamma z_d}{\theta_{11}}$$

исходная задача приводится к безразмерному виду

$$\frac{\partial T_1}{\partial \text{Fo}} - \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} = 0, \quad z > 1, \quad r > 0, \quad \text{Fo} > 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial \text{Fo}} - \alpha^{-2} \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2} = 0, \quad z < -1, \quad r > 0, \quad \text{Fo} > 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \text{Fo}} + u(r, \text{Fo}) \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{\chi}{\varepsilon \Lambda(z)} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = Q(r, \text{Fo}), \quad (3)$$

$$-1 < z < 1, \quad r > 0, \quad \text{Fo} > 0,$$

$$T|_{z=1} = T_1|_{z=1}, \quad T|_{z=-1} = T_2|_{z=-1}, \quad (4)$$

$$\varepsilon \Lambda \frac{\partial T_1}{\partial z} \Big|_{z=1} = \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=1}, \quad \lambda \Lambda(z) \varepsilon \frac{\partial T_2}{\partial z} \Big|_{z=-1} = \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=-1}, \quad (5)$$

$$T|_{\text{Fo}=0} = T_1|_{\text{Fo}=0} = T_2|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad (6)$$

$$T_1|_{z \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad T_2|_{z \rightarrow -\infty} \rightarrow 0, \quad T|_{r=0} = T_0(\text{Fo}). \quad (7)$$

Предполагается, что скорость конвективного переноса тепла имеет только одну отличную от нуля радиальную составляющую, которая не зависит от вертикальной координаты z : $\vec{u} = (u_r, 0, 0)$, а

вертикальная составляющая теплопроводности пласта-коллектора, в отличие от работы [3] зависит от z .

При получении приближенных решений использован асимптотический метод по коэффициентному осреднению [4]. В нулевом асимптотическом приближении искомые аналитические решения в частном случае $u(r) = J/(2r)$ имеют вид

$$\begin{aligned}
 T^{(0)} &= \frac{d}{dFo} \int_0^{Fo} T_0(Fo-t) \operatorname{erfc} \left(\frac{\chi Fi_+ r^2}{2\sqrt{J(Jt-r^2)}} \right) \Phi \left(t - \frac{r^2}{J} \right) dt + \\
 &+ \frac{d}{dFo} \int_0^{Fo} Q(r', Fo-t) \int_0^r \operatorname{erfc} \left(\frac{\chi Fi_+ (r^2-r'^2)}{2\sqrt{J(Jt-r^2+r'^2)}} \right) \Phi \left(t - \frac{r^2-r'^2}{J} \right) \frac{2r' dr' dt}{J}, \\
 T_1^{(0)} &= \frac{d}{dFo} \int_0^{Fo} T_0(Fo-t) \operatorname{erfc} \left(\frac{\chi Fi_+ r^2 + J(z-1)}{2\sqrt{J(Jt-r^2+r'^2)}} \right) \Phi \left(t - \frac{r^2-r'^2}{J} \right) dt + \\
 &+ \frac{d}{dFo} \int_0^{Fo} Q(r', Fo-t) \int_0^r \operatorname{erfc} \left(\frac{\chi Fi_+ (r^2-r'^2) + J(z-1)}{2\sqrt{J(Jt-r^2+r'^2)}} \right) \Phi \left(t - \frac{r^2-r'^2}{J} \right) \frac{2r' dr' dt}{J}, \\
 T_2^{(0)} &= \frac{d}{dFo} \int_0^{Fo} T_0(Fo-t) \operatorname{erfc} \left(\frac{\chi Fi_+ (r^2-r'^2) - J\alpha(z+1)}{2\sqrt{J(Jt-r^2+r'^2)}} \right) \Phi \left(t - \frac{r^2-r'^2}{J} \right) dt + \\
 &+ \frac{d}{dFo} \int_0^{Fo} Q(r', Fo-t) \int_0^r \operatorname{erfc} \left(\frac{\chi Fi_+ (r^2-r'^2) - J\alpha(z+1)}{2\sqrt{J(Jt-r^2+r'^2)}} \right) \Phi \left(t - \frac{r^2-r'^2}{J} \right) \frac{2r' dr' dt}{J},
 \end{aligned}$$

где $\Phi(x)$ – единичная функция Хевисайда. Функция Fi_+ определяется по формуле $Fi_+ = -\frac{\Lambda(1) - \Lambda(-1)\lambda\alpha}{\Lambda_1(1) - \Lambda_1(-1)}$, в которой

моментный интеграл $\Lambda_1(z)$ имеет вид $\Lambda_1(z) = \int_0^z z' \Lambda(z') dz'$.

Представленные выражения позволяют моделировать распределение температуры по пространственным координатам и его динамику во времени.

Анализ полученных решений показывает, что в нулевом приближении решение задачи о температурном поле в анизотропном

пласте с вертикальной неоднородностью не зависит от вертикальной координаты. Вместо отношения теплопроводностей $\Lambda(z)$, зависящего от z и входящего, как в исходное уравнение теплопроводности, так и в условие равенства тепловых потоков, в окончательные выражения входят моментные интегралы этого отношения $\Lambda_1(1) = \int_0^1 z' \Lambda(z') dz'$ и $\Lambda_1(-1) = \int_0^{-1} z' \Lambda(z') dz'$.

Список обозначений

c – удельная теплоемкость, Дж/(К·кг); p – комплексный параметр преобразования Лапласа–Карсона; r_0 – внутренний радиус скважины, м; r_d , r – соответственно размерная и безразмерная радиальная координата цилиндрической системы координат, м; q – плотность источников тепла, обусловленных радиоактивным распадом, Вт/м³; Q – безразмерная функция источников тепла; t – безразмерное время; T – безразмерное температурное поле; v – скорость потока, м/с; z_d , z – соответственно размерная и безразмерная вертикальная координата, м; Γ – геотермический градиент, К/м; θ – температура радиоактивного раствора и окружающей среды соответственно, К; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); a – коэффициент температуропроводности, м²/с; ρ – плотность радиоактивного раствора и окружающей среды, кг/м³; τ – размерное время, с.

Библиографический список

1. Рамазанов А.Ш., Нагимов В.М., Ахметов Р.К. Температурное поле в пласте с учетом термодинамических эффектов при работе скважины с переменным дебитом // Электронный научный журнал Нефтегазовое дело. 2013. – № 1. – С. 527–536.
2. Валиуллин Р.А., Шарафутдинов Р.Ф. особенности переходных температурных полей в скважине при опробовании нефтяных пластов // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. 1998. – № 1. – С. 29–35.
3. Филиппов А.И., Ахметова О.В., Кабиров И.Ф. Температурное поле источников тепла при закачке жидкости в анизотропный неоднородный пласт // Прикладная механика и техническая физика. 2013. – Т.54. – № 6 (322). – С. 95–111.
4. Филиппов А.И., Ахметова О.В., Ковальский А.А. Метод покоэффициентного осреднения в задаче о ламинарном течении газа в

скважине // Прикладная механика и техническая физика. 2018. – Т. 59. – № 1 (347). – С. 71–82.

Сведения об авторах

Ахметова Оксана Валентиновна, доктор физико-математических наук, зав. кафедрой ОиТФ СФ БашГУ. E-mail: ahoksana@yandex.ru

Идрисова Гульназ Нуритдиновна, магистрант СФ БашГУ. E-mail: idrisova_gn@mail.ru

Крючко Наталья Юрьевна, студент СФ БашГУ.

УДК 536.242

Валеев Р.Н., Ахметова О.В., Тукбаева Г.А. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ МАЛОДЕБИТНОЙ НАГНЕТАТЕЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ

Рассматривается задача о нестационарном теплообмене в нагнетательной скважине, эксплуатируемой в режиме постоянных градиентов. Скорость закачиваемого флюида полагается не зависящей от радиальной координаты. Найдены аналитические выражения для температурного поля потока флюида в скважине.

Ключевые слова: температура, асимптотический метод, геотермический градиент.

Valeev R.N., Akhmetova O.V., Tukbaeva G.A. TEMPERATURE FIELD OF INJECTION WELL WITH LOW PRODUCTION RATE

The problem of non-stationary heat transfer in an injection well operated in the regime of constant gradients is considered. The velocity of the injected fluid is assumed to be independent of the radial coordinate. Analytical expressions for the temperature field of the fluid flow in the borehole are found.

Keywords: temperature, asymptotic method, geothermal gradient.

Нагнетательные скважины широко используются как для захоронения радиоактивных и токсичных веществ в подземные горизонты, так и для закачки раствора кислоты или теплоносителя с целью увеличения нефтеотдачи. Исследование и моделирование температурных полей в нагнетательных скважинах [1] – [4] позволяет

прогнозировать результат и оптимизировать параметры технологических воздействий.

Задача о температурном поле в цилиндрическом стволе нагнетательной скважины включает уравнение теплопроводности в окружающей флюид среде

$$c_1 \rho_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} - \lambda_{r1} \frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \frac{\partial \theta_1}{\partial r_d} \right) - \lambda_{z1} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z_d^2} = 0,$$

$$r_d > r_0, \tau > 0, z_d > 0,$$

уравнение конвективной теплопроводности

$$c\rho \frac{\partial \theta}{\partial \tau} - \lambda_r \frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \frac{\partial \theta}{\partial r_d} \right) - \lambda_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z_d^2} + c\rho v \frac{\partial \theta}{\partial z_d} = q(\tau, z_d, r_d),$$

$$r_d < r_0, \tau > 0, z_d > 0$$

– в скважине.

На границе трубы и окружающей среды заданы условия равенства температур и тепловых потоков

$$\theta \Big|_{r_d=r_0} = \theta_1 \Big|_{r_d=r_0}, \lambda_r \frac{\partial \theta}{\partial r_d} \Big|_{r_d=r_0} = \lambda_{r1} \frac{\partial \theta_1}{\partial r_d} \Big|_{r_d=r_0}.$$

Начальные условия соответствуют естественной невозмущенной температуре Земли, возрастающей по линейному закону с глубиной z_d

$$\theta \Big|_{\tau=0} = \theta_{01} + \Gamma z_d, \theta_1 \Big|_{\tau=0} = \theta_{01} + \Gamma z_d,$$

которая совпадает с температурой в удаленных от трубы точках окружающего массива

$$\theta_1 \Big|_{r_d \rightarrow \infty} = \theta_0 + \Gamma z_d.$$

В сечении скважины $z_d = 0$ температура закачиваемого флюида задана зависимостью

$$\theta \Big|_{z_d=0} = \theta_b(\tau).$$

Используя соотношения

$$r = r_d / r_0, z = z_d / D, t = a_{r1} \tau / r_0^2, T_j = (\theta_j - \theta_{01} - \Gamma z_d) / (\Gamma D),$$

$$\Lambda = \lambda_{r1} / \lambda_r, Pe = v r_0 / a_{r1}, \chi = c_1 \rho_1 / (c\rho), v = r_0 / D,$$

$$Q = -Pe v + r_0^2 q \chi / (\lambda_{r1} \Gamma D),$$

где $j = \langle \text{пробел} \rangle$, l – номер области, исходная задача приводится к безразмерным переменным.

Анализ безразмерных параметров показывает, что задача о нестационарном температурном поле цилиндрического турбулентного потока в безразмерных переменных содержит малый параметр $\nu = r_0/D \sim 10^{-4}$, так как радиус скважины $r_0 \sim 0.1$ м много меньше интервала исследования $D \sim 10^3$ м. Это позволяет пренебречь слагаемыми, содержащими множитель порядка ν^2 . Постановка задачи о температурном поле флюида в нагнетательной скважине в безразмерных переменных запишется как

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) &= 0, \quad r > 1, \quad t > 0, \quad z > 0, \\ \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\chi}{\varepsilon \Lambda} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \text{Pe} \nu \frac{\partial T}{\partial z} &= Q(r, z, t), \quad r < 1, \quad t > 0, \quad z > 0, \\ T|_{r=1} &= T_1|_{r=1}, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=1} = \varepsilon \Lambda \left. \frac{\partial T_1}{\partial r} \right|_{r=1}, \\ T|_{t=0} &= 0, \quad T_1|_{t=0} = 0, \\ T_1|_{r \rightarrow \infty} &= 0, \\ T|_{z=0} &= T_b(t). \end{aligned}$$

где Pe – аналог параметра Пекле, $T_b(t)$ – зависимость температуры от времени поступающего в скважину радиоактивного раствора.

Решение задачи (1) отыскивается в виде асимптотических формул [3, 4]

$$T_1 = T_1^{(0)} + \varepsilon T_1^{(1)} + \dots + \Theta_1, \quad T = T^{(0)} + \varepsilon T^{(1)} + \dots + \Theta, \quad (2)$$

где верхний индекс в круглых скобках представляет порядок разложения по формальному параметру ε [3]. Подстановкой (2) в (1) исходная задача разбивается на совокупность задач для коэффициентов асимптотического разложения. Далее, в соответствующих задачах, используется оригинальная процедура расщепления уравнений конвективной теплопроводности для коэффициентов асимптотического разложения. Решение соответствующих задач отыскивается в пространстве изображений

Лапласа – Карсона. Для нулевого приближения такое решение имеет вид

$$T^{(0)u} = T_b^u(p) \exp\left(-\frac{1}{\text{Pev}}(2\chi k(p)\sqrt{p} + p)z\right) + \frac{2}{\text{Pev}} \int_0^z Q_r^u(1, z', p) \exp\left(-\frac{1}{\text{Pev}}(2\chi k(p)\sqrt{p} + p)(z - z')\right) dz', \quad (3)$$

где $k(p) = K_1(\sqrt{p})/K_0(\sqrt{p})$.

Соотношение $k(p) \approx 1$ для больших значений p , что соответствует малым значениям времени [3]. С учетом этого и неизменной температуры закачиваемого раствора оригинал выражения (3) запишется как [3]

$$T^{(0)} = T_b \operatorname{erfc}\left(\frac{\chi z}{\sqrt{\text{Pev}(\text{Pev}t - z)}}\right) \Phi\left(t - \frac{z}{\text{Pev}}\right) + \frac{2\chi}{\sqrt{\pi}\text{Pev}^2 v^2} \int_0^z (z - z') dz' \int_0^t Q_r(1, z', t - \tau) \Phi\left(\tau - \frac{z - z'}{\text{Pev}}\right) \times \exp\left(-\frac{\chi^2 (z - z')^2}{\text{Pev}^2 v^2 \left(\tau - \frac{z - z'}{\text{Pev}}\right)}\right) \frac{d\tau}{\left(\tau - \frac{z - z'}{\text{Pev}}\right)^{3/2}}. \quad (4)$$

Выражение (4) позволяет моделировать динамику температурного поля цилиндрического потока, варьируя дебит скважины и теплофизические характеристики флюида и окружающей среды.

В частном случае полученное решение совпадает с известным классическим решением задачи о температурном поле в стволе скважины [5].

Список обозначений

c, c_1 – удельная теплоемкость, Дж/(К·кг); D – глубина скважины (исследуемый интервал скважины), м; p – комплексный параметр преобразования Лапласа–Карсона; r_0 – внутренний радиус скважины, м; r_d, r – соответственно размерная и безразмерная

радиальная координата цилиндрической системы координат, м; q – плотность источников тепла, Вт/м³; Q – безразмерная функция источников тепла; t – безразмерное время; T – безразмерное температурное поле; v – скорость потока, м/с; z_d, z – соответственно размерная и безразмерная вертикальная координата, м; Γ – геотермический градиент, К/м; θ, θ_1 – температура радиоактивного раствора и окружающей среды соответственно, К; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); a – коэффициент температуропроводности, м²/с; ρ, ρ_1 – плотность радиоактивного раствора и окружающей среды, кг/м³; τ – размерное время, с.

Библиографический список

1. Саяхов Ф.Л., Ковалёва Л.А., Насыров Н.М. Двумерное моделирование тепломассопереноса в системе «нагнетательная скважина – пласт» при электромагнитном воздействии // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. 2001. – № 1. – С. 45–51.
2. Назаров В.Ф., Мухутдинов В.К., Зайцев Д.Б., Нуртдинов Ф.Ф. Определение нижней границы движения жидкости в нагнетательной скважине по данным термометрии // Каротажник. 2009. – № 10. – С. 102–119.
3. Ахметова О.В., Филиппов А.И., Ковальский А.А., Иванов Д.В. Температурное поле при закачке радиоактивных растворов в скважину // Экологические системы и приборы. 2017. – № 11. – С. 3–9.
4. Филиппов А.И., Зеленова М.А., Иванов Д.В., Ахметов Ш.Р. Радиальные профили температуры в скважине при закачке радиоактивных растворов // Экологические системы и приборы. 2018. – № 5. – С. 23–31.
5. Чекалюк Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта. – М.: Недра, 1965. – 238 с.

Сведения об авторах

Валеев Рустам Наилевич, магистрант СФ БашГУ 1 года. E-mail: rustam.va@mail.ru

Ахметова Оксана Валентиновна, доктор физико-математических наук, зав.кафедрой ОиТФ СФ БашГУ. E-mail: ahoksana@yandex.ru

Тукбаева Гульназ Азатовна, студент СФ БашГУ

УДК 536.242

Зеленова М.А., Ахметова О.В.

**ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ВОСХОДЯЩЕГО ЛАМИНАРНОГО
ПОТОКА С УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТИ ТЕПЛОЕМКОСТИ
ФЛЮИДА ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ**

В статье оценивается вклад учета зависимости теплопроводности от температуры при моделировании нестационарного теплообмена восходящего ламинарного потока нефти. Для получения аналитических зависимостей используются асимптотические методы малого и формального параметра.

Ключевые слова: температура, асимптотический метод, теплоемкость.

Zelenova M.A., Akhmetova O.V.

**THE TEMPERATURE FIELD OF THE ASCENDING LAMINAR
FLOW WITH ALLOWANCE FOR THE DEPENDENCE OF THE
HEAT CAPACITY OF THE FLUID ON TEMPERATURE**

Non-stationary heat exchange of a laminar flow is considered. It is assumed that the heat capacity of the fluid depends on the temperature. Expressions are obtained that determine the temperature field in the well and surrounding rocks, taking into account the orthotropy of the thermophysical properties of the media.

Keywords: temperature, asymptotic method, heat capacity.

Решение задачи о температурном поле восходящего многофазного ламинарного потока в скважине требует учета теплообмена с окружающей средой, зависимости профиля скорости от радиальной координаты и изменения плотности и теплоемкости флюида с уменьшением температуры.

В работах [1, 2] теплообмен с горными породами описывается формулой Ньютона – Рихмана, которая, строго говоря, справедлива только для стационарного теплообмена. При нахождении и численных и аналитических зависимостей не учитывается зависимость профиля скорости от радиальной координаты, а также зависимость теплоемкости и плотности восходящего потока от его температуры.

Анализ результатов аппроксимации экспериментальных данных по теплоемкости нефтей различных месторождений [3] показывает, что температурном диапазоне 293 – 448 К, наиболее типичном для нефтяных месторождений, зависимость теплоемкости c от температуры θ с высокой точностью может быть представлена двухпараметрической линейной зависимостью $c = n\theta + k$, где n и k – коэффициенты интерполяции, найденные на основе метода наименьших квадратов. Теплоемкость нефтей в указанном температурном диапазоне изменяется в пределах 1.9 – 2.7 кДж/(кг*К).

Как и в работе [4], зависимость теплоемкости представляется в виде первых двух слагаемых ряда Тейлора $c(\theta) = c(\theta - \theta^* + \theta^*) = c^*(1 + \beta^*(\theta - \theta^*))$, в которую входят три параметра:

θ^* – температура в точке линеаризации, К, $\beta^* = \left. \frac{1}{c^*} \frac{dc}{d\theta} \right|_{\theta=\theta^*}$ – температурный коэффициент теплоемкости, K^{-1} , и $c^* = c(\theta^*)$.

Постановка задачи о температурном поле в скважине в предположении осевой симметрии включает уравнение теплопроводности в окружающем трубу массиве

$$c_1 \rho_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} - \lambda_{r1} \frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \frac{\partial \theta_1}{\partial r_d} \right) - \lambda_{z1} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z_d^2} = 0, \quad r_d > r_0, \quad (1)$$

$$t > 0, \quad z_d > 0,$$

уравнение конвективной теплопроводности флюида с источниками в трубе, в предположении, что скорость жидкости зависит от расстояния до оси скважины $v = v_0 R(r_d/r_0)$, запишется как

$$c\rho(1 + \beta^*(\theta - \theta^*)) \frac{\partial \theta}{\partial t} - \lambda_r \frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \lambda \left(\frac{r_d}{r_0} \right) \frac{\partial \theta}{\partial r_d} \right) - \lambda_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z_d^2} +$$

$$+ c\rho(1 + \beta^*(\theta - \theta^*)) v_0 R \left(\frac{r_d}{r_0} \right) \frac{\partial \theta}{\partial z_d} = q_d, \quad r_d < r_0, \quad t > 0, \quad z_d > 0, \quad (2)$$

где $(1 + \beta^*(\theta - \theta^*))$ – линейная зависимость, описывающая изменения плотности и теплоемкости восходящего потока, обусловленные понижением температуры и выпадением парафина. Функция источников тепла q_d содержит слагаемое, описывающие изменение

теплосодержания потока за счет адиабатического эффекта и другие возможные источники тепла $q_d = -\eta c \rho^2 \bar{g} \bar{v} R(r) + q_{sd}$.

На границе трубы и окружающей среды заданы условия равенства температур и тепловых потоков

$$\theta|_{r_d=r_0} = \theta_1|_{r_d=r_0}, \quad \lambda_r \frac{\partial \theta}{\partial r_d} \Big|_{r_d=r_0} = \lambda_{r1} \frac{\partial \theta_1}{\partial r_d} \Big|_{r_d=r_0}. \quad (3)$$

Начальные условия соответствуют геотермическому распределению температуры, которое реализуется в удаленных от трубы точках окружающего массива

$$\theta|_{r=0} = \theta_{01} - \Gamma z_d, \quad \theta_1|_{r=0} = \theta_{01} - \Gamma z_d, \quad \theta_1|_{r_d \rightarrow \infty} = \theta_{01} - \Gamma z_d. \quad (4)$$

В точке $z_d = 0$ температура потока задана известной зависимостью

$$\theta|_{z_d=0} = \theta_{10}(t). \quad (5)$$

На искомое решение накладывается также условие симметрии, заключающееся в том, что производная по радиальной координате на оси z_d цилиндрической системы координат в центре скважины обращается в нуль. Профиль скорости представлен произвольной функцией, зависящей от радиальной координаты $R(r)$.

Используя следующие соотношения

$$r = r_d / r_0, \quad z = z_d / D, \quad \text{Fo} = a_{r1} t / r_0^2, \quad \beta = \beta^* \Gamma D, \\ T_j = (\theta_j - \theta_{01} + \Gamma z_d) / \theta_{11}, \quad \Lambda = \lambda_{r1} / \lambda_r, \quad \text{Pe} = v r_0 / a_{r1}, \quad \theta_{11} = \Gamma D, \quad (6)$$

$$\chi = c_1 \rho_1 / c \rho, \quad v = r_0 / D, \quad \text{H} = \eta \rho g r_0 / v \theta_{11},$$

где $j = \langle \text{пробел} \rangle$, 1 – номер области, приведем задачу (1) – (5) к безразмерным переменным.

$$\frac{\partial T_1}{\partial \text{Fo}} - \Lambda_{r1}^2 v^2 \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) = 0, \quad r > 1, \quad \text{Fo} > 0, \quad z > 0, \quad (7)$$

$$\left((1 + \beta(T - T^*)) \frac{\partial T}{\partial \text{Fo}} - \frac{\chi}{\Lambda} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda(r) \frac{\partial T}{\partial r} \right) - v^2 \chi \Lambda_{r1}^z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \right. \\ \left. + (1 + \beta(T - T^*)) R(r) \text{Pe} v \left(\frac{\partial T}{\partial z} - 1 + \text{H} \right) \right) = Q(r, z, \text{Fo}), \quad r < 1, \\ \text{Fo} > 0, \quad z > 0, \quad (8)$$

$$T|_{r=1} = T_1|_{r=1}, \quad \frac{\partial T}{\partial r}\bigg|_{r=1} = \Lambda \frac{\partial T_1}{\partial r}\bigg|_{r=1}, \quad (9)$$

$$T|_{Fo=0} = 0, \quad T_1|_{Fo=0} = 0, \quad T_1|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad (10)$$

$$T|_{z=0} = \frac{\theta_{10}(\tau) - \theta_{01}}{\theta_0} = T_0(Fo). \quad (11)$$

Решение нелинейной задачи (7) – (11) отыскивается с использованием асимптотических методов малого и формального параметров

$$T_1 = T_{1[0]} + \beta T_{1[1]} + \dots + \Theta_{1[n]}, \quad T = T_{[0]} + \beta T_{[1]} + \dots + \Theta. \quad (12)$$

При β^0 получим постановку, содержащую переменный коэффициент $R(r)$ и совпадающую с точностью до обозначений с задачей, представленной в работе [4]. Как и в [4], решение задачи при β^0 отыскивается с использованием асимптотического метода формального параметра в виде асимптотической формулы по параметру ε и в нулевом приближении в пространстве изображений Лапласа – Карсона для флюида в скважине имеет вид

$$T_{[0]}^{(0)\mu} = T_0^u(p) e^{-\alpha_1 z} + \int_0^z \frac{R_1(1) \text{Pev}(1-H) + Q_1''(1, \xi, p)}{R_1(1) \text{Pev}} e^{-\alpha(z-\xi)} d\xi, \quad (13)$$

$$r < 1, \quad z > 0,$$

где $\alpha = (p + 2\chi k \sqrt{p}) / 2 \text{Pev} R_1(1)$.

Как видно из постановки при β^0 , выражение (13) не содержит зависимости коэффициента теплопроводности от температуры. Эта зависимость определяется из задачи при β в первой степени, решение которой в пространстве изображений Лапласа – Карсона имеет вид

$$T_{[1]}^{(0)\mu} = \frac{e^{-\alpha z}}{\text{Pev} R_1(1)} \int_0^z F_1^u e^{\alpha z'} dz', \quad (14)$$

где $F_1^u = \int_0^1 r F^u(r, z, p) dr$, $F(r, z, Fo) = -(T_{[0]} - T^*) \left(\frac{\partial T_{[0]}}{\partial Fo} + R(r) \text{Pev} \frac{\partial T_{[0]}}{\partial z} \right)$.

Из приведенных результатов следует, что точность линейной модели, т.е. не учитывающей нелинейные поправки, во всем температурном диапазоне может быть существенно повышена, если значения теплофизических параметров задавать в точках,

обеспечивающих минимальные значения температурного коэффициента.

Список обозначений

c, c_1 – удельная теплоемкость, Дж/(К·кг); D – глубина скважины (исследуемый интервал скважины), м; r_d, r – соответственно размерная и безразмерная радиальная координата цилиндрической системы координат, м; q – плотность источников тепла, обусловленных радиоактивным распадом, Вт/м³; Q – безразмерная функция источников тепла; t – безразмерное время; T – безразмерное температурное поле; v – скорость потока, м/с; z_d, z – соответственно размерная и безразмерная вертикальная координата, м; Γ – геотермический градиент, К/м; θ, θ_1 – температура радиоактивного раствора и окружающей среды соответственно, К; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); ρ, ρ_1 – плотность радиоактивного раствора и окружающей среды, кг/м³; τ – размерное время, с.

Библиографический список

1. Чекалюк Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта. - М.: Недра, 1965. - 240 с.
2. Пудовкин М.А., Саламатин А.Н., Чугунов В.А. Температурные процессы в действующих скважинах. - Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1977. - 168 с.
3. Антониади Д.Г., Гарушев А.Р., Ишханов В.Г. Настольная книга по термическим методам добычи нефти. Краснодар: «Советская Кубань», 2000. - 464 с.
4. Филиппов А.И., Ахметова О.В., Зеленова М.А., Родионов А.С. Задача термокаротаж с заданным радиальным профилем скорости нефтяного потока в стволе скважины // Инженерно-физический журнал. - 2013. - Т. 86. - № 1. - С. 172–190.

Сведения об авторах

Зеленова Марина Анатольевна, кандидат физико-математических наук, доцент ОиТФ СФ БашГУ. E-mail: marina_ag@inbox.ru

Ахметова Оксана Валентиновна, доктор физико-математических наук, зав.кафедрой ОиТФ СФ БашГУ. E-mail: ahoksana@yandex.ru

УДК 532.546

Иванов Д.В.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ПРИ
ФИЛЬТРАЦИИ РАДИОАКТИВНЫХ РАСТВОРОВ
В ПОРИСТОМ ПЛАСТЕ**

На основе асимптотической модели выполнены расчеты температурных полей, возникающих в пористом пласте при закачке радиоактивных растворов.

Ключевые слова: радиоактивный раствор, температурное поле, асимптотический метод.

Ivanov D.V.

**MODELING OF HEAT TRANSFER DURING INJECTION OF
LIQUID RADIOACTIVE WASTES INTO THE RESERVOIR**

Based on the asymptotic model, calculations of the temperature fields occurring in the porous formation during the injection of radioactive solutions are performed.

Keywords: radioactive solution, temperature field, asymptotic method.

К настоящему времени на российских объектах ядерного топливного цикла накоплено жидких и твердых радиоактивных отходов общей активностью от 2 до 4 млрд. Ки, которые размещены в 1284 пунктах хранения радиоактивных отходов. Указанные объекты представляют большую потенциальную опасность, а обращение с радиоактивными отходами на этих объектах связано со значительными проблемами обеспечения безопасности регионального и глобального масштабов [1].

По оценкам экспертов оптимальным способом утилизации отходов является их закачка в виде жидких растворов в подземные глубоководные пласты [2]. Однако, захоронение жидких радиоактивных отходов представляет большую потенциальную опасность для экосистем. Поэтому необходимо разработать надежный метод прогнозирования поведения зон, охваченных воздействием вредных примесей.

Основными физическими процессами, которые возникают при фильтрации растворов радиоактивных веществ в пористом пласте, являются следующие: конвективные потоки, вызванные градиентами

температуры и концентрации; диффузия и теплопроводность; изменение концентрации радионуклидов за счет осаждения на скелете породы, за счет радиоактивного распада; тепловыделение при радиоактивном распаде.

В работе рассмотрена задача о температурном поле, возникающем при закачке радиоактивных растворов в пористый пласт. Среда представлена тремя областями с плоскими границами раздела $z_d = \pm h$, покрывающий и подстилающий пласты считаются слабо проницаемыми, средняя область толщины $2h$ является пористой. Все пласты считаются однородными и анизотропными по теплофизическим свойствам.

Математическая постановка задачи теплопереноса для всех областей включает уравнения теплопроводности с учётом радиоактивного распада в покрывающем

$$c_1 \rho_{п1} \frac{\partial T_1}{\partial t} - \lambda_{z1} \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} - \lambda_{r1} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) = \alpha L \rho_1, \quad t > 0, \quad r > 0, \quad z > h$$

и подстилающем

$$c_2 \rho_{п2} \frac{\partial T_2}{\partial t} - \lambda_{z2} \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2} - \lambda_{r2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_2}{\partial r} \right) = \alpha L \rho_2, \quad t > 0, \quad r > 0, \quad z < -h$$

пластах, а также уравнение конвективного переноса с учётом радиоактивного распада в пористом пласте

$$c \rho_{п} \frac{\partial T}{\partial t} + c_f \rho_f \frac{v'_0 r_0}{r} \frac{\partial T}{\partial r} - \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \lambda_r \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \alpha L \rho, \\ t > 0, \quad r > 0, \quad |z| < h.$$

В приведенных уравнениях учтено, что плотность радиоактивного нуклида в пористой среде определяется через плотности загрязнителя в носителе ρ^f и в скелете ρ^s соотношением $\rho = (1 - m)\rho^s + m\rho^f$ [3].

В условия сопряжения входят условия равенств температур

$$T|_{z=h} = T_1|_{z=h}, \quad T|_{z=-h} = T_2|_{z=-h}$$

и потоков тепла на границах раздела пластов

$$\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=h} = \lambda_{z1} \frac{\partial T_1}{\partial z} \Big|_{z=h}, \quad \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=-h} = \lambda_{z2} \frac{\partial T_2}{\partial z} \Big|_{z=-h}.$$

В начальный момент времени и в бесконечно удаленных точках температура пластов равна естественной невозмущенной температуре Земли T_{\oplus}

$$T \Big|_{t=0} = T_1 \Big|_{t=0} = T_2 \Big|_{t=0} = T_{\oplus},$$

$$T \Big|_{r \rightarrow +\infty} = T_1 \Big|_{r+z \rightarrow +\infty} = T_2 \Big|_{r+|z| \rightarrow +\infty} = T_{\oplus}.$$

Температура загрязнителя в скважине, радиус которой считается малым по сравнению с расстоянием до точки наблюдения, равна T_0

$$T \Big|_{r=0} = T_0$$

Решение представленной задачи получено асимптотическим методом, и в нулевом приближении температурное поле в пористом пласте описывается формулой (в безразмерных переменных)

$$T^{(0)} = \psi_0 \operatorname{erfc} \left(\frac{\frac{1}{f} \chi \left(1 + \sqrt{\frac{2}{f} \Lambda_i^2 \chi} \right) r^2}{8 \text{Pt} \sqrt{t - r^2/2} \frac{f}{\rho_0} \chi \text{Pt}} \right) \Phi \left(t - \frac{r^2}{2 \frac{f}{\rho_0} \chi \text{Pt}} \right) +$$

$$+ \frac{\text{At}}{\frac{f}{\rho_0} \chi \text{Pt}} \int_0^r \frac{d}{dt} \int_0^t r' \rho^{(0)}(r', \tau) \operatorname{erfc} \left(\frac{\frac{1}{f} \chi \left(1 + \sqrt{\frac{2}{f} \Lambda_i^2 \chi} \right) (r^2 - r'^2)}{8 \text{Pt} \sqrt{t - \tau - (r^2 - r'^2)/2} \frac{f}{\rho_0} \chi \text{Pt}} \right) \Phi \left(t - \tau - \frac{r^2 - r'^2}{2 \frac{f}{\rho_0} \chi \text{Pt}} \right) d\tau dr',$$

$$t > 0, \quad r > 0, \quad |z| < 1,$$

Полученные результаты использованы для расчетов температурных полей, возникающих при закачке радиоактивных растворов в пористые пласты. Все расчеты проведены для случая, когда пористый пласт представляет собой песчаник, а окружающие породы – глины. Характеристики пористого пласта: коэффициент диффузии в вертикальном направлении $D_z = 10^{-9} \text{м}^2/\text{с}$, теплопроводность в вертикальном направлении $\lambda_z = 2.5 \text{Вт}/\text{м}\cdot\text{К}$, теплоемкость скелета $c_0 = 920 \text{Дж}/\text{кг}\cdot\text{К}$, плотность скелета $\rho_0 = 2640 \text{кг}/\text{м}^3$, пористость $m = 0.15$. Покрывающий и подстилающий пласты имеют одинаковые параметры: коэффициенты диффузии в вертикальном направлении $D_{1z} = D_{2z} = 10^{-11} \text{м}^2/\text{с}$, теплопроводности в вертикальном направлении $\lambda_{1z} = \lambda_{2z} = 0.99 \text{Вт}/\text{м}\cdot\text{К}$, теплоемкости

$c_1 = c_2 = 840$ Дж/кг·К, плотности $\rho_1 = \rho_2 = 3000$ кг/м³. Параметры закачиваемой жидкости: плотность $\rho_f = 1000$ кг/м³, теплоемкость $c_f = 4200$ Дж/кг·К, начальная температура жидкости $T_0 = 300$ К. Естественная температура пластов принята за 280 К.

На рис. 1а приведены графики зависимости температуры в пористом пласте от радиальной координаты в нулевом приближении для разных времен наблюдения и для разных активностей раствора с одним и тем же радионуклидом. В расчетах принято: толщина пласта 10 м, объемы закачки $V = 500$ м³/сут, период полураспада радионуклида $T_{1/2} = 29$ лет (⁹⁰Sr). Как следует из графика, с увеличением времени закачки, температурный эффект возрастает и продвигается вглубь пласта. При этом, по мере увеличения времени закачки величина температурного эффекта достигает своего максимального значения и положение температурного максимума становится фиксированным. Это позволяет определить максимально возможный температурный эффект для любого радионуклида, что важно для предотвращения подземного теплового взрыва. С увеличением объемной активности радиоактивного раствора температурный эффект также возрастает, для короткоживущих радиоактивных элементов даже средней активности повышение температуры в пласте может достигать нескольких сотен кельвинов. Поэтому при закачке высококонцентрированных радиоактивных отходов, приводящих к существенному температурному эффекту, необходимо учитывать фазовые переходы.

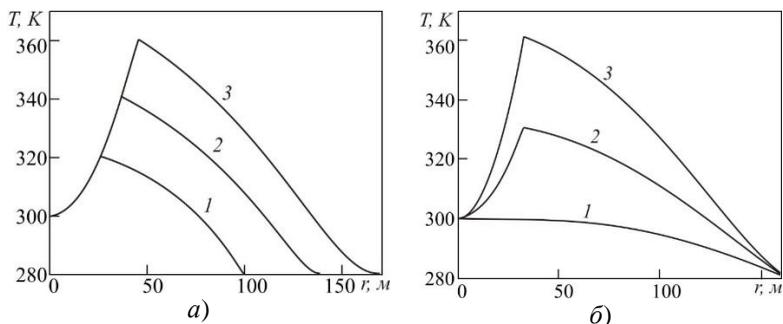


Рис. 1. Зависимость температуры в нулевом приближении от радиальной координаты: а) для разных времен закачки: 1 – 1 год, 2 – 2 года, 3 – 3 года; б) для разных активностей (время закачки 3 года): 1 – 0.01 Ки/л, 2 – 0.5 Ки/л, 3 – 1 Ки/л

Также из расчетов следует, что при закачке высокоактивных растворов, содержащих долгоживущие радионуклиды, в течение длительного времени возможно повышение температуры в пористом пласте выше температуры кипения воды. Поскольку закачка радиоактивных отходов производится как правило на глубину 300-500м, то в этом случае, для данных расчетных параметров, необходимо чтобы активность растворов не превышала 0.1Ки/л. Кроме того установлено, что максимально достижимое значение температуры не зависит от объемов закачки и определяется только характеристиками радиоактивных отходов и параметрами пористого пласта.

Библиографический список

1. Обращение с радиоактивными отходами и отработавшим ядерным топливом в России // Информационное агентство «ПРОАтом» [Электронный ресурс]. URL: http://www.proatom.ru/modules.php?name=News&file=article&sid=6544#_ftn1. (Дата обращения: 25.06.2018).
2. Рыбальченко А.И., Пименов М.К., Костин П.П. и др. Глубинное захоронение жидких радиоактивных отходов. М.: ИздАТ, 1994. 256 с.
3. Иванов Д.В. Моделирование процессов тепло- и массопереноса при глубинном захоронении радиоактивных растворов: диссертация кандидата физико-математических наук. Стерлитамак, 2010. 133 с.

Сведения об авторах

Иванов Дмитрий Владимирович, к.ф.-м.н., доцент филиала УГАТУ в г. Ишимбае. Email: ivanov_dv@list.ru

УДК 532.534

Иванов Д.В., Логинова Е.А.

РАСЧЕТ ПОЛЕЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ПРИ ЗАКАЧКЕ РАДИОАКТИВНЫХ РАСТВОРОВ В СКВАЖИНУ

Предложена математическая модель поля концентраций радиоактивных примесей, возникающего в скважине при утилизации радиоактивных отходов путем закачки их растворов в глубокие геологические формации.

Ключевые слова: радиоактивный раствор, поле концентраций, асимптотический метод.

© Иванов Д.В., Логинова Е.А., 2018

Ivanov D.V., Loginova E.A.

CALCULATION OF CONCENTRATION FIELDS DURING INJECTION OF RADIOACTIVE SOLUTIONS INTO THE WELL

A mathematical model of the concentration field of radioactive impurities arising in a well in the disposal of radioactive waste by pumping their solutions into deep geological formations is proposed.

Keywords: radioactive solution, concentration field, asymptotic method.

Проблема утилизации жидких радиоактивных отходов является актуальной в настоящее время. На сегодняшний день одним из наиболее целесообразных способов утилизации жидких отходов с точки зрения экономики и экологии является их закачка под землю [1].

В работе [2] решена задача о взаимосвязанных температурных полях и полях концентрации радионуклидов, возникающих при фильтрации радиоактивных растворов, найдены аналитические решения, с помощью которых возможно прогнозирование распространения радиоактивных примесей в подземных пористых пластах. Поскольку закачка растворов производится через нагнетательные скважины, исследование полей концентраций растворенных веществ в скважине и окружающих ее породах представляет отдельный интерес. В данной работе представлена математическая модель поля концентраций радиоактивных примесей в скважине при закачке растворов радиоактивных веществ, осуществлены соответствующие расчеты и проанализированы результаты.

В предложенной модели однокомпонентный радиоактивный раствор закачивается через скважину радиуса r_0 глубиной D в пористый пласт. Предполагается, что окружающая среда однородная и анизотропная, поле скоростей жидкости в скважине имеет только одну отличную от нуля составляющую – в направлении оси z , совпадающей с осью скважины. Предполагается также, что скорость жидкости в трубе не зависит от расстояния до оси скважины и совпадает с осредненным значением.

Постановка задачи о поле концентраций примесей в радиоактивном растворе включает уравнение диффузии в окружающей поток жидкости среде

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} - \frac{\kappa_1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C_1}{\partial r} \right) = -\alpha C_1.$$

В уравнении конвективной диффузии в скважине преобладают процессы конвективного переноса примесей, причем поле скоростей определяется движением несущей жидкости и полагается для простоты независимым от радиальной координаты

$$\frac{\partial C}{\partial t} + v \frac{\partial C}{\partial z} - \frac{\kappa}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right) = -\alpha C.$$

Начальные условия определяются отсутствием радиоактивной примеси в начальный момент времени

$$C|_{t=0} = 0, \quad C_1|_{t=0} = 0.$$

В поступающей в скважину жидкости концентрация радионуклидов считается постоянной

$$C|_{z=0} = C_0.$$

Первое условие сопряжения на границе между жидкостью и обсадной колонной определяется равенством диффузионных потоков

$$\chi \frac{\partial C}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = \chi_1 \frac{\partial C_1}{\partial r} \Big|_{r=r_0}.$$

Второе условие следует из равенства химических потенциалов, согласно которому на границе сред наблюдается скачок концентраций, который для простоты предполагается зависящим линейно от постоянной равновесия β

$$C_1|_{r=r_0} = \beta C|_{r=r_0}.$$

На основе модифицированного асимптотического метода [2-3] получено приближенное аналитическое решение представленной задачи в нулевом приближении, и в частном случае для малых времен протекания процесса поле концентраций радионуклидов в скважине описывается формулой

$$C^{(0)} = \Phi \left(t - \frac{z}{\delta} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{\beta z}{\delta \sqrt{K} \sqrt{t - z/\delta}} \right).$$

Приведенная формула записана в безразмерных переменных.

На рис. 1 представлены графики зависимости концентрации радионуклидов в скважине от вертикальной координаты для разных объемов закачки. В расчетах принято: глубина скважины $D = 1000$ м, отношение коэффициентов диффузии радионуклидов в окружающей среде и растворе $K = 0.01$, постоянная сорбции $\beta = 1$, постоянная

распада $\alpha = 2.198 \cdot 10^{-8} \text{ с}^{-1}$, что соответствует периоду полураспада $T_{1/2} = 1$ год. В этом случае концентрация радионуклидов уменьшается с глубиной скважины практически по линейному закону. Причем сколь-нибудь значимое изменение плотности (на 1% и более) наблюдается только в случае небольших объемов закачки растворов короткоживущих радиоактивных изотопов. С увеличением же темпов закачки (более $100 \text{ м}^3/\text{сут}$) и периода полураспада (более 1 года) концентрация радиоактивных примесей в скважине остается практически неизменной. Объясняется это тем, что в этих случаях только незначительная часть радионуклидов претерпевает распад в скважине, а их диффузия в окружающие породы незначительна.

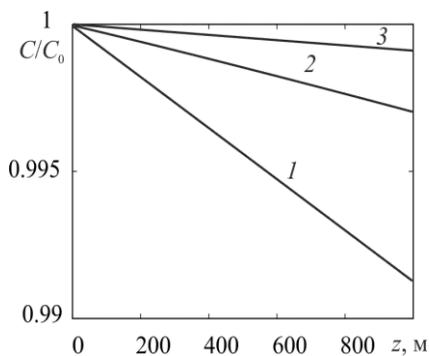


Рис. 1. Зависимость концентрации радионуклидов в скважине от вертикальной координаты для разных объемов закачки: 1 – $10 \text{ м}^3/\text{сут}$, 2 – $30 \text{ м}^3/\text{сут}$, 3 – $150 \text{ м}^3/\text{сут}$

На рис. 2 представлены кривые концентрации загрязнителя в зависимости от радиальной координаты в стационарном случае при разных значениях коэффициента сорбции. Из графиков следует, что максимальное расстояние, на которое могут распространиться радионуклиды от нагнетательной скважины при данных расчетных параметрах, порядка 1 м. Кроме того, на радиальное распределение оказывает влияние коэффициент сорбции: в зависимости от его значения концентрация загрязнителя на границе со скважиной может превышать начальную концентрацию в растворе в несколько

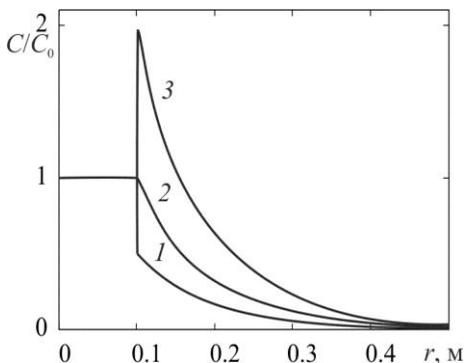


Рис. 2. Зависимость плотности радионуклидов в скважине и окружающих породах от радиальной координаты при разных коэффициентах сорбции: 1 – 0,5, 2 – 1, 3 – 3

Таким образом, полученные в работе аналитические формулы позволяют исследовать поле плотностей радиоактивных веществ в скважине при закачке растворов.

Библиографический список

1. Закачка радиоактивных отходов под землю - наиболее целесообразный путь их утилизации: эксперт // Информационный ресурс Ярославской областной торгово-промышленной палаты [Электронный ресурс]. URL: <http://www.wastex.ru/node/173>. (Дата обращения: 26.06.2018).
2. Филиппов А.И., Михайлов П.Н., Иванов Д.В. Температурное поле радиоактивных изотопов в пористой среде // Теплофизика высоких температур. - 2010. - Т. 48. - № 1. - С. 96-104.
3. Филиппов А.И., Иванов Д.В., Ахметов Ш.Р. Поле плотности радиоактивных примесей при закачке растворов в скважину // Экологические системы и приборы. - 2017. - №11. - С.62–68.

Сведения об авторах

Иванов Дмитрий Владимирович, к.ф.-м.н., доцент филиала УГАТУ в г.Ишимбае. Email: ivanov_dv@list.ru.

Логинова Елена Анатольевна, студентка филиала УГАТУ в г.Ишимбае.

УДК 532.534

Иванов Д.В., Фейлер В.А.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В СКВАЖИНЕ
ПРИ ЗАКАЧКЕ РАДИОАКТИВНЫХ РАСТВОРОВ
В ГЛУБОКОЗАЛЕГАЮЩИЕ ПЛАСТЫ**

Предложена математическая модель температурного поля в скважине, возникающего при закачке радиоактивных растворов. Модель учитывает вклад теплового эффекта распада, теплообмен потока с окружающей скважину средой и изменения температуры закачиваемого раствора на устье скважины.

Ключевые слова: радиоактивный раствор, температурное поле, асимптотический метод.

Ivanov D.V., Feyler V.A.

**MODELING OF HEAT TRANSFER IN THE WELL AT
INJECTION RADIOACTIVE SOLUTIONS IN DEEP LAYERS**

A mathematical model of the temperature field in a injection well that occurs when injecting radioactive solutions is proposed. The model takes into account the contribution of the thermal decay effect, the heat exchange of the flow with the surrounding medium and the temperature of the injected solution at the wellhead.

Keywords: radioactive solution, temperature field, asymptotic method.

В работе [1] рассмотрена задача о температурном поле, возникающем при фильтрации радиоактивных растворов, найдено аналитическое решение, позволяющее рассчитывать изменение температуры в подземных пористых пластах. Поскольку закачка растворов производится через нагнетательную скважину исследование температурного поля в скважине и окружающих ее породах представляет отдельный интерес.

В данной работе представлена математическая модель температурного поля в скважине, возникающего при закачке радиоактивных растворов. Модель учитывает вклад теплового эффекта распада, теплообмен потока с окружающей средой.

В предложенной модели однокомпонентный радиоактивный раствор закачивается в пористый пласт через скважину радиуса r_0

глубиной D . Предполагается, что окружающая среда однородная и анизотропная, поле скоростей жидкости в скважине имеет только одну отличную от нуля составляющую – в направлении оси z , совпадающей с осью скважины. Предполагается также, что скорость жидкости в трубе не зависит от расстояния до оси скважины и совпадает с осредненным значением.

Математическая постановка задачи в предположении осевой симметрии включает уравнение теплопроводности в окружающем трубу массиве

$$c_1 \rho_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} - \lambda_{r1} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) - \lambda_{z1} \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} = 0, \quad r > r_0, \quad t > 0, \quad z > 0$$

и уравнение конвективной теплопроводности в скважине

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda_r \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + c\rho v \frac{\partial T}{\partial z} = q(t, z, r),$$

$$r < r_0, \quad t > 0, \quad z > 0.$$

На границе трубы и окружающей среды заданы условия равенства температур

$$T \Big|_{r=r_0} = T_1 \Big|_{r=r_0},$$

и тепловых потоков

$$\lambda_r \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = \lambda_{r1} \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=r_0}.$$

Начальные условия соответствуют естественной невозмущенной температуре Земли, возрастающей по линейному закону с глубиной z

$$T \Big|_{t=0} = T_0 + \Gamma z, \quad T_1 \Big|_{t=0} = T_0 + \Gamma z,$$

которая совпадает с температурой в удаленных от трубы точках окружающего массива

$$T_1 \Big|_{r \rightarrow \infty} = T_0 + \Gamma z.$$

В сечении скважины $z = 0$ температура закачиваемого радиоактивного раствора задана зависимостью

$$T \Big|_{z=0} = T(t).$$

На основе модифицированного асимптотического метода [2] получено приближенное аналитическое решение представленной задачи в нулевом приближении, и в частном случае для малых

времен протекания процесса температурное поле в скважине описывается формулой

$$T^{(0)} = T_b \operatorname{erfc} \left(\frac{\chi z}{\sqrt{\operatorname{Pe}v(\operatorname{Pe}vt - z)}} \right) \Phi \left(t - \frac{z}{\operatorname{Pe}v} \right) + \frac{2\chi}{\sqrt{\pi \operatorname{Pe}^2 v^2}} \int_0^z (z - z') dz' \int_0^t Q(1, z', t - \tau) \Phi \left(\tau - \frac{z - z'}{\operatorname{Pe}v} \right) \times \exp \left(- \frac{\chi^2 (z - z')^2}{\operatorname{Pe}^2 v^2 (\tau - (z - z') / \operatorname{Pe}v)} \right) \frac{d\tau}{(\tau - (z - z') / \operatorname{Pe}v)^{3/2}},$$

где функция $Q(r, z, t)$ содержит плотность источников тепла, выражающуюся через концентрацию радиоактивных примесей [2]. Приведенная формула записана в безразмерных переменных.

На рис. 1 приведены зависимости температуры от глубины для различных времен начального этапа закачки короткоживущих радионуклидов. В расчетах принято: глубина скважины $D = 1000$ м, коэффициент сорбции $\beta = 1$, дебит закачки принят равным $100 \text{ м}^3/\text{сут}$, геотермический градиент $\Gamma = 0.03 \text{ К/м}$, удельное энерговыделение радионуклидов $L = 1.5 \cdot 10^{12} \text{ Дж/кг}$.

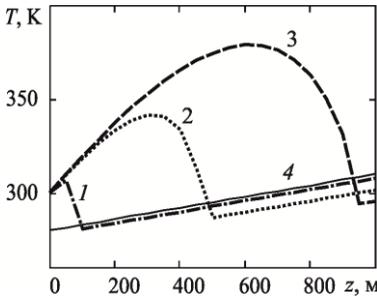


Рис. 1. Распределение температуры в стволе скважины для разных значений времени на начальном этапе закачки: 1 – 0.7 ч, 2 – 3.5 ч, 3 – 7 ч; 4 – невозмущенное естественное температурное поле Земли

Из рисунка видно, каждая кривая температуры состоит из двух частей. Первая часть от устья скважины до фронта закачиваемой жидкости, соответствующего точке излома кривой температуры, отражает влияние радиоактивных источников тепла и начальной температуры закачиваемой жидкости. Температура в этой зоне с увеличением глубины нарастает, достигая максимума, а затем уменьшается, приближаясь к невозмущенной температуре, сдвигаемой вниз жидкости, которая не содержит радиоактивных

источников. Температура во второй зоне от точки излома до максимальной глубины формируется за счет сдвига столба жидкости, первоначально обладавшего естественной температурой, в область больших глубин. Температура в этой зоне понижается с течением времени и на всех кривых находится ниже геотермической (кривая 4). С ростом времени максимальное значение температуры в первой зоне нарастает и достигает значительных величин, которые могут привести к процессу кипения жидкости и неконтролируемому выбросу ее на поверхность.

Таким образом, полученные в работе аналитические формулы позволяют исследовать температурное поле радиоактивных веществ в скважине при закачке растворов.

Библиографический список

1. Филиппов А.И., Михайлов П.Н., Иванов Д.В. Температурное поле радиоактивных изотопов в пористой среде // Теплофизика высоких температур. - 2010. - Т. 48. - № 1. - С. 96-104.
2. Филиппов А.И., Иванов Д.В., Ахметов Ш.Р. Поле плотности радиоактивных примесей при закачке растворов в скважину // Экологические системы и приборы. - 2017. - №11. - С.62–68.

Сведения об авторах

Иванов Дмитрий Владимирович, к.ф.-м.н., доцент филиала УГАТУ в г. Ишимбае. Email: ivanov_dv@list.ru

Фейлер Виктория Андреевна, студентка филиала УГАТУ в г. Ишимбае.

УДК 536.242

Ремеева А.Н., Сираев Р.В., Ахметова О.В.

ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ЛАМИНАРНОГО ПОТОКА НЕФТИ С УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

В статье оценивается вклад учета зависимости теплопроводности от температуры при моделировании нестационарного теплообмена восходящего ламинарного потока нефти. Для получения аналитических зависимостей используются асимптотические методы малого и формального параметра.

© Ремеева А.Н., Сираев Р.В., Ахметова О.В., 2018

Ключевые слова: температура, асимптотический метод, теплопроводность.

Remeeva A.N., Siraev R.V., Akhmetova O.V.

**THE TEMPERATURE FIELD OF THE LAMINAR FLOW OF OIL,
TAKING INTO ACCOUNT THE TEMPERATURE DEPENDENCE
OF THE THERMAL CONDUCTIVITY**

In this paper, the contribution of the heat conductivity versus temperature dependence to the simulation of non-stationary heat exchange of the ascending laminar oil flow is estimated. To obtain analytical dependencies, asymptotic methods of the small and formal parameters are used.

Keywords: temperature, asymptotic method, heat conductivity.

Развитие высокоточной термометрии требует совершенствования аналитическо-численных математических моделей термокаротаж [1, 2]. Классические математические модели теплообмена флюида в скважине построены в предположении выровненного по сечению скважины профиля скорости восходящего потока [3]. Здесь представлено решение задачи о температурном поле восходящего ламинарного потока нефти.

При выводе уравнений теплопроводности полагаем, что скважина эксплуатируется в режиме постоянных градиентов, а коэффициент теплопроводности нефти зависит от температуры линейно. При условии осевой симметрии постановка задачи о нестационарном теплообмене восходящего потока в цилиндрической системе координат содержит: уравнение теплопроводности в окружающей скважину породах; уравнение конвективной теплопроводности восходящего потока нефти; условия равенства температур и тепловых потоков на границе трубы и окружающей среды; начальные условия; условие симметрии и условие ограниченности температурных возмущений в удаленных участках.

С использованием соотношений

$$\begin{aligned} r &= r_d / r_0, \quad z = z_d / D, \quad Fo = a_{r1} t / r_0^2, \quad T = (\theta - \theta_{01} + \Gamma z_d) / \theta_{11}, \\ T_1 &= (\theta_1 - \theta_{01} + \Gamma z_d) / \theta_{11}, \quad \Lambda = \lambda_{r1} / \lambda_r^*, \quad Pe = \nu r_0 / a_{r1}, \quad \theta_{11} = \Gamma D, \\ \chi &= c_1 \rho_1 / c \rho, \quad \nu = r_0 / D, \quad \gamma = \gamma^* \Gamma D \end{aligned} \quad (1)$$

задача о теплообмене ламинарного потока нефти приводится к безразмерному виду

$$\frac{\partial T_1}{\partial Fo} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) = 0, \quad r > 1, \quad Fo > 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial Fo} = \frac{\chi}{\Lambda} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left(1 + \gamma (T - T^*) \right) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \text{Pev} R(r) (1 - H), \quad (3)$$

$$r < 1, \quad Fo > 0,$$

$$T|_{r=1} = T_1|_{r=1}, \quad \left(1 + \gamma (T - T^*) \right) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=1} = \Lambda \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=1}, \quad T_1|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad (4)$$

$$T|_{Fo=0} = 0, \quad T_1|_{Fo=0} = 0. \quad (5)$$

Функция $R(r)$ при ламинарном режиме течения на основании формулы Пуазейля имеет вид $R(r) = 2 \left[1 - r^2 \right]$.

В работе [4] аналитическое приближенное решение задачи, в которой коэффициент теплопроводности нефти полагается зависящим от ее температуры найдено с помощью асимптотических методов малого параметра и формального параметра. Анализ решения, полученного в работе [4] показывает, что если в качестве нулевого приближения по γ выбирать его асимптотически осредненное решение, то вклад зависимости теплопроводности от температуры в общее решение отсутствует. Естественным малым параметром в задаче является температурный коэффициент теплопроводности γ , определяемый на основе экспериментальных данных. Разложение по малому параметру γ

$$T_1 = T_{1[0]} + \gamma T_{1[1]} + \dots + \Theta_1, \quad T = T_{[0]} + \gamma T_{[1]} + \dots + \Theta, \quad (6)$$

позволяет избавиться от нелинейности, так как задачи при одинаковых степенях γ являются линейными. Так для нулевого коэффициента разложения по γ математическая постановка задачи имеет вид

$$\frac{\partial T_{1[0]}}{\partial Fo} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{1[0]}}{\partial r} \right) = 0, \quad r > 1, \quad Fo > 0, \quad (7)$$

$$\left[\frac{\partial T_{[0]}}{\partial Fo} - \frac{\chi}{\Lambda} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{[0]}}{\partial r} \right) - \text{Pev} R(r) (1 - H) \right] = 0, \quad r < 1, \quad Fo > 0, \quad (8)$$

$$T_{[0]}|_{r=1} = T_{1[0]}|_{r=1}, \quad T_{1[0]}|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad \frac{\partial T_{[0]}}{\partial r} \Big|_{r=1} = \Lambda \frac{\partial T_{1[0]}}{\partial r} \Big|_{r=1}, \quad (9)$$

$$T_{[0]}|_{Fo=0} = 0, \quad T_{1[0]}|_{Fo=0} = 0. \quad (10)$$

Уравнение (8) содержит параметр, зависящий от радиальной координаты: $R(r)$. Трудности, вызванные необходимостью учета радиального профиля скорости, сняты использованием для решения задачи асимптотического метода «последовательного покоэффициентного осреднения» [5]. Решение задачи отыскиваются в пространстве изображений Лапласа-Карсона [6] и для флюида в скважине в отсутствие источников имеют вид

$$T_{[0]}^{(0)\mu} = \frac{2\text{Pe}v(1-H)R_1(1)}{p + 2\chi k \sqrt{p}}, \quad r < 1, \quad (11)$$

$$T_{[0]}^{(1)\mu} = \frac{\Lambda}{\chi} \left[\frac{r^2}{4} p T^{(0)} - \text{Pe}v(1-H)R_2(r) \right] + \frac{2\Lambda\text{Pe}v(1-H)}{\sqrt{p} + 2\chi k} \left(\frac{\sqrt{p}}{\chi} R_3(1) + kR_2(1) \right) - \frac{\Lambda}{8\chi} \frac{\sqrt{p} + 4\chi k}{\sqrt{p} + 2\chi k} p T^{(0)\mu}, \quad (12)$$

где $k = \frac{K_1(\sqrt{p})}{K_0(\sqrt{p})}$, $R_1(r) = \int_0^r r' R(r') dr'$, $R_2(r) = \int_0^r \frac{R_1(r')}{r'} dr'$,

$$R_3(r) = \int_0^r r' R_2(r') dr'.$$

Выражение (11) описывает осредненное по сечению скважины температурное поле, соотношение (12) позволяет определить радиальный профиль температуры нефти в скважине, однако они не описывают вклад в температурное поле восходящего потока нефти в зависимости теплопроводности жидкости от температуры. С целью определения этого вклада осуществляется постановка задачи для первого коэффициента разложения по малому γ

$$\frac{\partial T_{1[1]}}{\partial Fo} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{1[1]}}{\partial r} \right) = 0, \quad r > 1, \quad Fo > 0, \quad (13)$$

$$\delta\Lambda \frac{\partial T_{[1]}}{\partial \text{Fo}} - \chi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{[1]}}{\partial r} \right) = \chi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r (T_{[0]} - T^*) \frac{\partial T_{[0]}}{\partial r} \right), \quad r < 1, \quad (14)$$

$$\text{Fo} > 0,$$

$$T_{[1]}|_{r=1} = T_{I[1]}|_{r=1}, \quad T_{I[1]}|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad (15)$$

$$\left. \frac{\partial T_{[1]}}{\partial r} \right|_{r=1} + \left. (T_{[0]} - T^*) \frac{\partial T_{[0]}}{\partial r} \right|_{r=1} = \delta\Lambda \left. \frac{\partial T_{I[1]}}{\partial r} \right|_{r=1}, \quad (16)$$

$$T_{[1]}|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad T_{I[1]}|_{\text{Fo}=0} = 0. \quad (17)$$

В задаче (13)–(17) функция $T_{[0]}$ принята в первом приближении по формальному параметру и содержит параметр, описывающий радиальный профиль скорости. По аналогии с нулевым приближением по γ в (13)–(17) вводится формальный асимптотический параметр и решение отыскивается в виде асимптотических формул, аналогичных [6].

Решение задачи для первого коэффициента асимптотического приближения по малому параметру γ в нулевом приближении по формальному параметру имеет вид

$$\begin{aligned} T_{[1]}^{(0)} = & \frac{d}{d\text{Fo}} \int_0^{\text{Fo}} q(\text{Fo} - \tau, r) \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} d\tau - \\ & - \frac{d}{d\text{Fo}} \int_0^{\text{Fo}} \left[\frac{q(\text{Fo} - \tau, r)}{4\chi^2} - \frac{M(\text{Fo} - \tau, r) - M(\text{Fo} - \tau, 1)}{2} \right] \times \\ & \times \left(1 - e^{4\chi^2\tau} \text{erfc}(2\chi\sqrt{\tau}) \right) d\tau. \end{aligned} \quad (18)$$

где $M(r, \text{Fo}) = (T_{[0]} - T^*)^2$, функция источников

$$q(r, \text{Fo}) = \frac{\partial}{\partial \text{Fo}} \left(\int_0^1 (T_{[0]} - T^*)^2 r' dr' - \frac{(T_{[0]} - T^*)^2}{2} \right).$$

Легко заметить, что в отличие от [4] эта функция не обращается в нуль, так как нулевой коэффициент разложения по малому параметру γ : $T_{[0]}$ зависит от радиальной координаты. Это означает, что для определения вклада зависимости теплопроводности от температуры в

температурное поле нефти в скважине нужно функцию $T_{[0]}$ в (18) исследовать в первом приближении: $T_{[0]} = T_{[0]}^{(0)} + T_{[0]}^{(1)}$.

Список обозначений

c, c_1 – удельная теплоемкость, Дж/(К·кг); D – глубина скважины (исследуемый интервал скважины), м; r_d, r – соответственно размерная и безразмерная радиальная координата цилиндрической системы координат, м; q – плотность источников тепла, обусловленных радиоактивным распадом, Вт/м³; Q – безразмерная функция источников тепла; t – безразмерное время; T – безразмерное температурное поле; v – скорость потока, м/с; z_d, z – соответственно размерная и безразмерная вертикальная координата, м; Γ – геотермический градиент, К/м; θ, θ_1 – температура радиоактивного раствора и окружающей среды соответственно, К; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); ρ, ρ_1 – плотность радиоактивного раствора и окружающей среды, кг/м³; τ – размерное время, с.

Библиографический список

1. Асланян А.М., Асланян И.Ю., Масленникова Ю.С., Минахметова Р.Н., Сорока С.В., Никитин Р.С., Кантюков Р.Р. Диагностика заколонных перетоков газа комплексом высокоточной термометрии, спектральной шумометрии и импульсного нейтрон-нейтронного каротажа // Территория Нефтегаз. 2016. № 6. С. 52–59.
2. Назаров В.Ф., Мухутдинов В.К., Зайцев Д.Б., Нуртдинов Ф.Ф. Определение нижней границы движения жидкости в нагнетательной скважине по данным термометрии // Каротажник. 2009. № 10. С. 102–119.
3. Чекалюк Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта. М.: Недра. 1965. – 238 с.
4. Филиппов А.И., Шабаров А.Б., Ахметова О.В. Температурное поле турбулентного потока в скважине с учетом зависимости коэффициента теплопроводности от температуры // Инженерно-физический журнал. 2017. Т. 90. № 1. С. 12–22.
5. Филиппов А.И., Ахметова О.В., Ковальский А.А. Метод покоэффициентного осреднения в задаче о ламинарном течении газа в скважине // Прикладная механика и техническая физика. 2018. Т. 59. № 1 (347). С. 71–82.

Сведения об авторах

Ремеева Альфия Ниловна, кандидат педагогических наук, доцент кафедры ОиТФ СФ БашГУ. E-mail: alfa_remeeva@mail.ru

Сираев Равиль Вилович, аспирант СФ БашГУ. E-mail: st.ravil@mail.ru

Ахметова Оксана Валентиновна, доктор физико-математических наук, зав.кафедрой ОиТФ СФ БашГУ. E-mail: ahoksana@yandex.ru

УДК 536.242

Сираев Р.В., Ахметов Ш.Р., Ахметова О.В.

ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ В МАЛОДЕБИТНОЙ СКВАЖИНЕ С УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТИ ТЕПЛОЕМКОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

В статье оценивается вклад учета зависимости теплопроводности от температуры при моделировании нестационарного теплообмена восходящего ламинарного потока нефти. Для получения аналитических зависимостей используются асимптотические методы малого и формального параметра.

Ключевые слова: температура, асимптотический метод, теплоемкость.

Siraev R.V., Akhmetov Sh.R., Akhmetova O.V.

THE TEMPERATURE FIELD IN A LOW-YIELD WELL WITH ALLOWANCE FOR THE HEAT CAPACITY VERSUS TEMPERATURE

The article discusses the method of solving the conjugation problem with nonlinearity due to the dependence of the heat capacity of oil on the temperature describing the nonstationary heat exchange of the ascending model flow with an aligned velocity profile. The method involves the simultaneous use of asymptotic methods of the small and formal parameters.

Keywords: temperature, asymptotic method, heat capacity.

Решение задачи о температурном поле восходящего потока в скважине осложнено необходимостью учета теплообмена с окружающей средой, изменением плотности и теплоемкости флюида с уменьшением температуры. Поскольку решение задачи,

учитывающей все указанные параметры осложнено, задача в такой постановке заменялась предыдущими исследователями упрощенными моделями [1, 2].

Анализ результатов аппроксимации экспериментальных данных по теплоемкости нефтей различных месторождений [3] показывает, что температурном диапазоне 293 – 448 К, наиболее типичном для нефтяных месторождений, зависимость теплоемкости c от температуры θ с высокой точностью может быть представлена двухпараметрической линейной зависимостью $c = n\theta + k$, где n и k – коэффициенты интерполяции, найденные на основе метода наименьших квадратов.

Переход к трехпараметрической зависимости освобождает один из трех параметров: $\beta = n/(n\theta^* + k)$, $c^* = n\theta^* + k$. В качестве свободного параметра использована величина θ^* , по физическому смыслу представляющая температуру в точке линеаризации. Эта величина здесь выбрана таким образом, чтобы обеспечить минимальное по модулю значение соответствующего температурного коэффициента β^* , который использован в качестве малого параметра задачи.

Постановка задачи о температурном поле в скважине в предположении осевой симметрии включает уравнение теплопроводности в окружающем трубу массиве,

$$c_1\rho_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} - \lambda_{r1} \frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \frac{\partial \theta_1}{\partial r_d} \right) = 0, \quad r_d > r_0, \quad t > 0, \quad z_d > 0, \quad (1)$$

уравнение конвективной теплопроводности флюида с источниками в трубе

$$\begin{aligned} & c\rho(1 + \beta^*(\theta - \theta^*)) \frac{\partial \theta}{\partial t} - \lambda_r \frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \lambda \left(\frac{r_d}{r_0} \right) \frac{\partial \theta}{\partial r_d} \right) + \\ & + c\rho(1 + \beta^*(\theta - \theta^*)) \nu_0 R \left(\frac{r_d}{r_0} \right) \Gamma = q_d, \quad r_d < r_0, \quad t > 0, \quad z_d > 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $(1 + \beta^*(\theta - \theta^*))$ – линейная зависимость, описывающая изменения плотности и теплоемкости восходящего потока, обусловленные понижением температуры и выпадением парафина. Функция источников тепла q_d содержит слагаемое, описывающие изменение

теплосодержания потока за счет адиабатического эффекта и другие возможные источники тепла $q_d = -\eta c \rho^2 \bar{g} \bar{v} R(r) + q_{sd}$.

На границе трубы и окружающей среды заданы условия равенства температур и тепловых потоков

$$\theta|_{r_d=r_0} = \theta_1|_{r_d=r_0}, \quad \lambda_r \frac{\partial \theta}{\partial r_d} \Big|_{r_d=r_0} = \lambda_{r1} \frac{\partial \theta_1}{\partial r_d} \Big|_{r_d=r_0}. \quad (3)$$

Начальные условия соответствуют естественной невозмущенной температуре Земли, возрастающей по линейному закону с глубиной z_d , которая совпадает с температурой в удаленных от трубы точках окружающего массива

$$\theta|_{r=0} = \theta_{01} - \Gamma z_d, \quad \theta_1|_{r=0} = \theta_{01} - \Gamma z_d, \quad \theta_1|_{r_d \rightarrow \infty} = \theta_{01} - \Gamma z_d. \quad (4)$$

На искомое решение накладывается также условие симметрии, заключающееся в том, что производная по радиальной координате на оси z_d цилиндрической системы координат в центре скважины обращается в нуль.

Используя следующие соотношения

$$\begin{aligned} r &= r_d / r_0, \quad z = z_d / D, \quad \text{Fo} = a_{r1} t / r_0^2, \quad T_j = (\theta_j - \theta_{01} + \Gamma z_d) / \theta_{11}, \\ \Lambda &= \lambda_{r1} / \lambda_r, \quad \text{Pe} = v r_0 / a_{r1}, \quad \theta_{11} = \Gamma D, \quad \chi = c_1 \rho_1 / c \rho, \quad v = r_0 / D, \\ \text{H} &= \eta \rho g r_0 / v \theta_{11}, \quad \beta = \beta^* \Gamma D \end{aligned} \quad (5)$$

где $j = \langle \text{пробел} \rangle$, 1 – номер области, приведем задачу (1) – (4) к безразмерным переменным

$$\frac{\partial T_1}{\partial \text{Fo}} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) = 0, \quad r > 1, \quad \text{Fo} > 0, \quad z > 0, \quad (6)$$

$$\left(1 + \beta (T - T^*) \right) \frac{\partial T}{\partial \text{Fo}} - \frac{\chi}{\Lambda} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda(r) \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \quad (7)$$

$$- \left(1 + \beta (T - T^*) \right) R(r) \text{Pe} v (1 - \text{H}) = Q(r, z, \text{Fo}), \quad r < 1, \quad \text{Fo} > 0, \quad z > 0,$$

$$T|_{r=1} = T_1|_{r=1}, \quad \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=1} = \Lambda \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=1}, \quad T|_{z=0} = T_0(\text{Fo}), \quad (8)$$

$$T|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad T_1|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad T_1|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad (9)$$

где Pe – аналог параметра Пекле, Fo – аналог числа Фурье, $Q(r, z, \text{Fo}) = r_0^2 q_d / c \rho \theta_{01} a_{1r}$, $T_0(\text{Fo})$ – температурный сигнал пласта –

функция определяющая изменение температуры фильтрующегося из пласта флюида со временем.

Решение нелинейной задачи (6) – (9) отыскивается в виде асимптотических формул

$$T_1 = T_{1[0]} + \beta T_{1[1]} + \dots + \Theta_{1[n]}, \quad T = T_{[0]} + \beta T_{[1]} + \dots + \Theta. \quad (10)$$

Подставляя (10) в (6) – (9) получим задачу, разбитую по степеням β , из которой следует совокупность задач для коэффициентов разложения по малому параметру. Соответствующие задачи содержат переменные коэффициенты и решаются методом покоэффициентного осреднения в пространстве преобразований Лапласа – Карсона.

При β^0 получим следующие выражения

$$T_{[0]}^{(0)\mu} = 2 \frac{\text{Pev}(1-H)R_1(1) + Q_1''(1, p)}{p + 2\chi k \sqrt{p}}, \quad r < 1, \quad (11)$$

$$T_{1[0]}^{(0)\mu} = 2 \frac{K_0(r\sqrt{p})}{K_0(\sqrt{p})} \frac{\text{Pev}(1-H)R_1(1) + Q_1''(1, p)}{p + 2\chi k \sqrt{p}}, \quad r < 1. \quad (12)$$

Анализ выражения (11) показывает, что решение задачи для нулевого коэффициента разложения по β не содержит слагаемых, определяющих вклад зависимости теплоемкости от температуры в температурное поле скважинного флюида.

Для расчета соответствующей поправки рассматриваются уравнения и условия при β^1

$$\frac{\partial T_{1[1]}}{\partial \text{Fo}} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{1[1]}}{\partial r} \right) = 0, \quad r > 1, \quad \text{Fo} > 0, \quad z > 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial T_{1[1]}}{\partial \text{Fo}} - \frac{\chi}{\Lambda} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda(r) \frac{\partial T_{1[1]}}{\partial r} \right) = F(r, z, \text{Fo}), \quad r < 1, \quad \text{Fo} > 0, \quad z > 0, \quad (14)$$

$$T_{1[1]}|_{r=1} = T_{1[1]}|_{r=1}, \quad \frac{\partial T_{1[1]}}{\partial r} \Big|_{r=1} = \Lambda \frac{\partial T_{1[1]}}{\partial r} \Big|_{r=1}, \quad T_{1[1]} \Big|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad (15)$$

$$T_{1[1]}|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad T_{1[1]}|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad T_{1[1]}|_{z=0} = 0, \quad (16)$$

где $F(r, z, \text{Fo}) = -(T_{[0]} - T^*) \frac{\partial T_{[0]}}{\partial \text{Fo}}$.

Задача (13) – (16) решается асимптотическим методом формального параметра. Выражения для нулевого приближения по

формальному параметру в пространстве изображений Лапласа – Карсона имеют вид

$$T_{[1]}^{(0)u} = \frac{F_1(1, z, Fo)}{p + 2\chi k \sqrt{p}}, \quad T_{1[1]}^{(0)u} = \frac{K_0(r\sqrt{p})}{K_0(\sqrt{p})} \frac{F_1(1, z, Fo)}{p + 2\chi k \sqrt{p}}. \quad (17)$$

Выражение для определения температуры в скважине в оригиналах в приближении малых времен имеет вид

$$T_{[1]}^{(0)} = \frac{d}{dt} \int_0^t F_1''(t - \tau, z) \left(2\sqrt{\frac{\tau}{\pi}} - \frac{1}{2\chi} (1 - \exp(4\chi^2 \tau) \operatorname{erfc}(2\chi\sqrt{\tau})) \right) d\tau. \quad (18)$$

Нетрудно видеть, что полученное решение позволяет аналогично учесть вклад нелинейности не только по теплоемкости, но и по плотности или по обоим параметрам совместно.

Список обозначений

c, c_1 – удельная теплоемкость, Дж/(К·кг); D – глубина скважины (исследуемый интервал скважины), м; r_d, r – соответственно размерная и безразмерная радиальная координата цилиндрической системы координат, м; q – плотность источников тепла, обусловленных радиоактивным распадом, Вт/м³; Q – безразмерная функция источников тепла; t – безразмерное время; T – безразмерное температурное поле; v – скорость потока, м/с; z_d, z – соответственно размерная и безразмерная вертикальная координата, м; Γ – геотермический градиент, К/м; θ, θ_1 – температура радиоактивного раствора и окружающей среды соответственно, К; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); ρ, ρ_1 – плотность радиоактивного раствора и окружающей среды, кг/м³; τ – размерное время, с.

Библиографический список

1. Филиппов А.И., Михайлов П.Н., Ахметова О.В. Температурное поле в действующей скважине // Сибирский журнал индустриальной математики. - 2004. - Т. VII. - № 1. - С. 135–144.
2. Чекалюк Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта. - М.: Недра, 1965. - 240 с.
3. Антониади Д.Г., Гарушев А.Р., Ишханов В.Г. Настольная книга по термическим методам добычи нефти. Краснодар: «Советская Кубань», 2000. - 464 с.

Сведения об авторах

Сираев Равиль Вилевич, аспирант СФ БашГУ. E-mail: st.ravil@mail.ru

Ахметов Шамиль Рамилевич, магистрант СФ БашГУ. E-mail: alienme@yandex.ru

Ахметова Оксана Валентиновна, доктор физико-математических наук, зав. кафедрой ОиТФ СФ БашГУ. E-mail: ahoksana@yandex.ru

УДК 536.242

Сираев Р.В., Родионов А.В., Ахметова О.В.

ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ПОТОКА НЕФТИ С ВЫРОВНЕННЫМ ПРОФИЛЕМ СКОРОСТИ С УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

В статье оценивается вклад учета зависимости теплопроводности от температуры при математическом моделировании нестационарного теплообмена восходящего модельного потока нефти с выровненным профилем скорости. Для получения аналитических зависимостей используются асимптотические методы малого и формального параметра.

Ключевые слова: температура, асимптотический метод, теплопроводность.

Siraev R.V., Rodionov A.V., Akhmetova O.V.

THE TEMPERATURE FIELD OF THE OIL FLOW WITH AN ALIGNED VELOCITY PROFILE TAKING INTO ACCOUNT THE TEMPERATURE DEPENDENCE OF THE THERMAL CONDUCTIVITY

In this paper, the contribution of heat conduction to temperature dependence is considered in mathematical modeling of non-stationary heat exchange of an upward model oil flow with an aligned velocity profile. To obtain analytical dependencies, asymptotic methods of the small and formal parameters are used.

Keywords: temperature, asymptotic method, heat conductivity.

Диагностическое оборудование для нефтяных скважин непрерывно совершенствуется [1]. Необходимость верной

интерпретации показаний высокоточных скважинных термометров требует уточнения существующих аналитических моделей теплообмена скажинного флюида с окружающей средой [2]. В данной работе получено аналитическое выражение, описывающее поправку к решению задачи о нестационарном теплообмене, вызванную учетом зависимости теплопроводности скважинного флюида от его температуры.

В предположении осевой симметрии постановка задачи о нестационарном теплообмене восходящего потока содержит уравнение теплопроводности в окружающей скважину ортотропной среде, уравнение теплопроводности с учетом конвекции и зависимости коэффициента теплопроводности от температуры в скважине, условия равенства температур и тепловых потоков на границе трубы и окружающей среды, начальные условия, условие симметрии и условие ограниченности температурных возмущений в удаленных участках.

Для решения задачи определена следующая совокупность безразмерных параметров:

$$r = r_d / r_0, \quad z = z_d / D, \quad \text{Fo} = a_{r1} t / r_0^2, \quad T = (\theta - \theta_{01} + \Gamma z_d) / \theta_{11},$$

$$T_1 = (\theta_1 - \theta_{01} + \Gamma z_d) / \theta_{11}, \quad \Lambda = \lambda_{r1} / \lambda_r^*, \quad \text{Pe} = \nu r_0 / a_{r1}, \quad \theta_{11} = \Gamma D, \quad (1)$$

$$\chi = c_1 \rho_1 / c_p, \quad \nu = r_0 / D, \quad \gamma = \gamma^* \Gamma D.$$

Задача о теплообмене флюида с окружающей средой с использованием (1) приводится к безразмерному виду

$$\frac{\partial T_1}{\partial \text{Fo}} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) = 0, \quad r > 1, \quad \text{Fo} > 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \text{Fo}} = \frac{\chi}{\Lambda} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left(1 + \gamma (T - T^*) \right) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \text{Pe} \nu (1 - H),$$

$$r < 1, \quad \text{Fo} > 0,$$

$$T|_{r=1} = T_1|_{r=1}, \quad \left(1 + \gamma (T - T^*) \right) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=1} = \Lambda \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big|_{r=1}, \quad T_1|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad (4)$$

$$T|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad T_1|_{\text{Fo}=0} = 0. \quad (5)$$

Опытным путем установлено, что коэффициент теплопроводности зависит от свойств вещества (его плотности, структуры, влажности и т.п.) и параметров состояния (давления,

температуры). Зависимость от температуры для большинства материалов имеет линейный характер.

Из анализа экспериментальных данных, зависимость коэффициента теплопроводности от температуры может быть представлена в виде первых двух слагаемых ряда Тейлора.

В работе [3] показано, что аналитическое приближенное решение квазилинейной задачи можно найти с использованием асимптотических методов малого параметра и формального параметра. Естественным малым параметром в задаче Решение нелинейной задачи (2) – (5) является γ . Разложение в виде асимптотических формул по малому параметру γ

$$T_1 = T_{1[0]} + \gamma T_{1[1]} + \dots + \Theta_1, \quad T = T_{[0]} + \gamma T_{[1]} + \dots + \Theta, \quad (6)$$

где нижний индекс в квадратных скобках представляет порядок разложения, позволяет представить квазилинейную задачу как совокупность линейных.

Подставляя (6) в (2) – (5), получим задачу, разбитую по степеням γ

$$\frac{\partial T_{1[0]}}{\partial Fo} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{1[0]}}{\partial r} \right) + \gamma \left(\frac{\partial T_{1[1]}}{\partial Fo} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{1[1]}}{\partial r} \right) \right) + \dots = 0, \quad r > 1, \quad (7)$$

$$Fo > 0,$$

$$\left[\frac{\partial T_{[0]}}{\partial Fo} - \frac{\chi}{\Lambda} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{[0]}}{\partial r} \right) - \text{Pev}(1-H) \right] + \gamma \left[\frac{\partial T_{[1]}}{\partial Fo} - \frac{\chi}{\Lambda} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{[1]}}{\partial r} \right) - \frac{\chi}{\Lambda} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r (T_{[0]} - T^*) \frac{\partial T_{[0]}}{\partial r} \right) \right] + \dots = 0, \quad r < 1, \quad Fo > 0, \quad (8)$$

$$(T_{[0]} + \gamma T_{[1]} + \dots)_{r=1} = (T_{1[0]} + \gamma T_{1[1]} + \dots)_{r=1}, \quad (T_{1[0]} + \gamma T_{1[1]} + \dots)_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{[0]}}{\partial r} \Big|_{r=1} + \gamma \left[\frac{\partial T_{[1]}}{\partial r} \Big|_{r=1} + (T_{[0]} - T^*) \frac{\partial T_{[0]}}{\partial r} \Big|_{r=1} \right] &= \\ &= \Lambda \frac{\partial T_{1[0]}}{\partial r} \Big|_{r=1} + \gamma \Lambda \frac{\partial T_{1[1]}}{\partial r} \Big|_{r=1}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$(T_{[0]} + \gamma T_{[1]} + \dots)_{Fo=0} = 0, \quad (T_{1[0]} + \gamma T_{1[1]} + \dots)_{Fo=0} = 0. \quad (11)$$

Поскольку уравнения и условия задачи (7) – (11) выполняются по γ тождественно, то коэффициенты при соответствующих степенях γ

независимо обращаются в нуль. При γ^0 получим постановку задачи, с точностью до обозначений совпадающую с [4]. Асимптотические решения найдены в пространстве изображений Лапласа-Карсона [4] и для флюида в скважине имеют вид

$$T_{[0]}^{(0)u} = \frac{\text{Pev}(1-H) + 2Q_1^u(1, p)}{p + 2\chi k \sqrt{p}}, \quad r < 1, \quad (12)$$

$$T_{[0]}^{(1)u} = \frac{\Lambda}{\chi} \left(\frac{1-2r^2}{4} + \frac{\chi k}{2(\sqrt{p} + 2\chi k)} \right) - \left[\chi k \sqrt{p} T_{[0]}^{(0)u} - Q_1^u(1, p) \right] - \frac{\Lambda}{\chi} Q_2^u(r, p) + \quad (13)$$

$$+ 2 \frac{\Lambda}{\chi} \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{p} + 2\chi k} Q_3^u(1, p) + \frac{2\Lambda k}{\sqrt{p} + 2\chi k} Q_2^u(1, p).$$

где $k = \frac{K_1(\sqrt{p})}{K_0(\sqrt{p})}$, $Q_1(r, z, \text{Fo}) = \int_0^r r' Q(r', z, \text{Fo}) dr'$,

$$Q_2(r, \text{Fo}) = \int_0^r \frac{Q_1(r', \text{Fo})}{r'} dr', \quad Q_3(r, z, \text{Fo}) = \int_0^r r' Q_2(r', \text{Fo}) dr'.$$

Выражения (12), (13) не дают информации о вкладе зависимости теплопроводности от температуры в температурное поле восходящего потока нефти. Для учета вклада нелинейности по коэффициенту теплопроводности рассматривается задача для первого коэффициента разложения по малому параметру γ

$$\frac{\partial T_{[1]}}{\partial \text{Fo}} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{[1]}}{\partial r} \right) = 0, \quad r > 1, \quad \text{Fo} > 0, \quad (14)$$

$$\delta\Lambda \frac{\partial T_{[1]}}{\partial \text{Fo}} - \chi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{[1]}}{\partial r} \right) = \chi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left(T_{[0]} - T^* \right) \frac{\partial T_{[0]}}{\partial r} \right), \quad r < 1, \quad (15)$$

$\text{Fo} > 0,$

$$T_{[1]}|_{r=1} = T_{1[1]}|_{r=1}, \quad T_{1[1]}|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad (16)$$

$$\left. \frac{\partial T_{[1]}}{\partial r} \right|_{r=1} + \left(T_{[0]} - T^* \right) \left. \frac{\partial T_{[0]}}{\partial r} \right|_{r=1} = \delta\Lambda \left. \frac{\partial T_{1[1]}}{\partial r} \right|_{r=1}, \quad (17)$$

$$T_{[1]}|_{Fo=0} = 0, \quad T_{1[1]}|_{Fo=0} = 0. \quad (18)$$

По аналогии с асимптотическим методом «покоэффициентного осреднения», позволяющим решать задачи с переменными коэффициентами, в задаче введен параметр асимптотического разложения δ путем замены параметра Λ на его произведение $\Lambda \cdot \delta$. Такое введение формального параметра в задаче также имеет физический смысл, заключающийся в том, что устремление его к нулю $\delta \rightarrow 0$ соответствует возрастанию радиальной компоненты теплопроводности флюида до бесконечности $\lambda_r \rightarrow \infty$.

Решения задачи отыскивается в виде асимптотических формул

$$\begin{aligned} T_{[1]} &= T_{[1]}^{(0)} + \delta T_{[1]}^{(1)} + \delta^2 T_{[1]}^{(2)} + \dots + \delta^n T_{[1]}^{(n)} + \Theta_{[1]}^{(n)}, \\ T_{1[1]} &= T_{1[1]}^{(0)} + \delta T_{1[1]}^{(1)} + \delta^2 T_{1[1]}^{(2)} + \dots + \delta^n T_{1[1]}^{(n)} + \Theta_{1[1]}^{(n)}. \end{aligned} \quad (22)$$

С использованием специально разработанной процедуры расщепления, математическая постановка задачи для первого коэффициента разложения по малому параметру γ нелинейной задачи в нулевом приближении асимптотического разложения по формальному параметру δ примет вид

$$\frac{\partial T_{1[1]}^{(0)}}{\partial Fo} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{1[1]}^{(0)}}{\partial r} \right) = 0, \quad r > 1, \quad Fo > 0, \quad (23)$$

$$\left. \frac{\partial T_{[1]}^{(0)}}{\partial Fo} - 2\chi \frac{\partial T_{1[1]}^{(0)}}{\partial r} \right|_{r=1} = q(r, Fo), \quad r < 1, \quad Fo > 0, \quad (24)$$

$$T_{[1]}^{(0)}|_{r=1} = T_{1[1]}^{(0)}|_{r=1}, \quad T_{1[1]}^{(0)}|_{r \rightarrow \infty} = 0 \quad (25)$$

$$T_{[1]}^{(0)}|_{Fo=0} = 0, \quad T_{1[1]}^{(0)}|_{Fo=0} = 0, \quad (26)$$

где функция источников

$$q(r, Fo) = \frac{\partial}{\partial Fo} \left(\int_0^1 (T_{[0]} - T^*)^2 r' dr' - \frac{(T_{[0]} - T^*)^2}{2} \right). \quad (27)$$

Легко заметить, что эта функция обращается в нуль, если нулевой коэффициент разложения по малому параметру не зависит от радиальной координаты. Если в качестве $T_{[0]}$ использовать

независящее от радиальной координаты нулевое приближение (12), то нелинейная поправка равна нулю. Это означает, что функцию $T_{[0]}$ в (27) нужно исследовать в первом приближении: $T_{[0]} = T_{[0]}^{(0)} + T_{[0]}^{(1)}$.

Решение задачи (23) – (27) отыскивается с использованием интегрального преобразования Лапласа – Карсона. В оригиналах, в приближении малых времен, выражение для поправки, обусловленной зависимостью теплопроводности от температуры, имеет вид

$$T_{[1]}^{(0)} = \frac{d}{dFo} \int_0^{Fo} q(Fo - \tau, r) \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} d\tau - \frac{d}{dFo} \int_0^{Fo} \left[\frac{q(Fo - \tau, r)}{4\chi^2} - \frac{M(Fo - \tau, r) - M(Fo - \tau, 1)}{2} \right] \times (1 - e^{-4\chi^2\tau} \operatorname{erfc}(2\chi\sqrt{\tau})) d\tau. \quad (27)$$

где $M(r, Fo) = (T_{[0]} - T^*)^2$.

Итак, совместное использование асимптотических методов малого и формального параметров позволяет найти приближенное аналитическое выражение для определения изменения температурного поля в скважине, обусловленного зависимостью теплопроводности скважинного флюида от его температуры.

Список обозначений

c, c_1 – удельная теплоемкость, Дж/(К·кг); D – глубина скважины (исследуемый интервал скважины), м; r_d, r – соответственно размерная и безразмерная радиальная координата цилиндрической системы координат, м; q – плотность источников тепла, обусловленных радиоактивным распадом, Вт/м³; Q – безразмерная функция источников тепла; t – безразмерное время; T – безразмерное температурное поле; v – скорость потока, м/с; z_d, z – соответственно размерная и безразмерная вертикальная координата, м; Γ – геотермический градиент, К/м; θ, θ_1 – температура радиоактивного раствора и окружающей среды соответственно, К; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); ρ, ρ_1 – плотность радиоактивного раствора и окружающей среды, кг/м³; τ – размерное время, с.

Библиографический список

1. Асланян А.М., Асланян И.Ю., Масленникова Ю.С., Минахметова Р.Н., Сорока С.В., Никитин Р.С., Кантюков Р.Р. Диагностика заколонных перетоков газа комплексом высокоточной термометрии, спектральной шумометрии и импульсного нейтрон-нейтронного каротажа // Территория Нефтегаз. - 2016. - № 6. - С. 52–59.

2. Назаров В.Ф., Мухутдинов В.К., Зайцев Д.Б., Нуртдинов Ф.Ф. Определение нижней границы движения жидкости в нагнетательной скважине по данным термометрии // Каротажник. - 2009. № 10. - С. 102–119.

3. Филиппов А.И., Шабаров А.Б., Ахметова О.В. Температурное поле турбулентного потока в скважине с учетом зависимости коэффициента теплопроводности от температуры // Инженерно-физический журнал. - 2017. - Т. 90. - № 1. - С. 12–22.

4. Филиппов А.И., Михайлов П.Н., Ахметова О.В. Температурное поле в действующей скважине // Сибирский журнал индустриальной математики. - 2004. - Т. VII. № 1. - С. 135–144.

Сведения об авторах

Сираев Равиль Вилович, аспирант СФ БашГУ. E-mail: st.ravil@mail.ru

Родионов Андрей Вячеславович, магистрант СФ БашГУ 1 года обучения. E-mail: andrey-rodionov-1982@mail.ru

Ахметова Оксана Валентиновна, доктор физико-математических наук, зав.кафедрой ОиТФ СФ БашГУ. E-mail: ahoksana@yandex.ru

УДК 536.242

Филиппов А.И., Ахметова О.В.

ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ЛАМИНАРНОГО ПОТОКА ГАЗА

Рассматривается задача о температурном поле ламинарного газового потока, в которой уравнение конвективной теплопроводности содержит два переменных коэффициента. Найдены аналитические выражения для температурного поля восходящего ламинарного газового потока в скважине с учетом зависимостей плотности и скорости от пространственных координат в нулевом и первом асимптотических приближениях.

Ключевые слова: температура, асимптотический метод, теплопроводность.

Filippov A.I., Akhmetova O.V.

© Филиппов А.И., Ахметова О.В., 2018

LAMINAR GAS FLOW TEMPERATURE FIELD

We consider the problem of the temperature field of a laminar gas flow in which the equation of convective heat conductivity contains two variable coefficients. Analytical expressions for the temperature field of the ascending laminar gas flow in the borehole are found, taking into account the dependences of the density and velocity on the spatial coordinates in the zero and first asymptotic approximations.

Keywords: temperature, asymptotic method, heat conductivity.

Развитие теории температурных полей в скважинах представляет практический интерес, поскольку расчеты температуры широко используются для решения различных геолого-промысловых задач, таких как определение возможных интервалов образования газового гидрата, а также для интерпретации результатов термических измерений в стволе скважины.

Улучшение характеристик и доступность ЭВМ явились стимулом к развитию численных методов решения дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих нестационарный теплообмен в скважине, в том числе и сжимаемого газа [1, 2]. Совершенствование численных методов в свою очередь послужило развитию аналитических [3] и численно-аналитических [4] методов решения задач тепло- и массообмена, поскольку аналитические решения соответствующих задач, позволяют тестировать новые высокопроизводительные алгоритмы, проводить параметрический анализ температурного поля изучаемой системы и исследовать специфические особенности процесса ее формирования [5].

Учет сжимаемости газового потока для стационарного течения представляется как зависимость плотности от вертикальной координаты $\rho(z_d) = \rho_0 Z(z_d/D)$, весьма существенен и его необходимо учитывать даже в нулевом приближении асимптотического разложения.

Необходимость учета реального профиля скорости, даже в случае аксиальной симметрии $v = v_0 R(r_d/r_0)$, приводит к появлению дополнительного переменного коэффициента в уравнении конвективной теплопроводности, что существенно затрудняет решение задачи о температурных полях в скважине и требует развития методов их решения.

Возникающие трудности устраняются путем применения процедуры асимптотического разложения к задаче для остаточного члена. Соответствующие задачи для коэффициентов разложения остаточного члена (КРОЧ) не содержат переменных коэффициентов, что устраняет трудности при применении интегрального усреднения к задачам для КРОЧ.

Таким образом, метод позволяет свести задачу с переменными коэффициентами к задачам для коэффициентов асимптотического разложения (КР), которые не содержат коэффициентов, зависящих от времени и пространственных координат. К таким задачам для КР применимы хорошо развитые классические методы, такие как интегральные преобразования. По сути дела, применение развитого метода открывает реальный путь для применения классических методов математической физики к задачам с переменными коэффициентами.

В данной работе на основе метода покоэффициентного усреднения [5] осуществлено построение асимптотического решения задачи о температурном поле сжимаемого потока газа в скважине с учетом радиального профиля скорости. Теоретический интерес к задаче обусловлен наличием в ней двух переменных коэффициентов, а практический – связан с возможностью ее использования для описания ламинарного течения газа в скважинах.

Для удобства решения задача приводится к безразмерным переменным с использованием соотношений

$$r = r_d / r_0, \quad z = z_d / D, \quad Fo = \tau a_{1r} / r_0^2, \quad a_{1r} = \lambda_{1r} / (\rho_1 c_1), \quad Pe = v_0 r_0 / a_{1r}, \quad \Lambda = \lambda_{1r} / \lambda_r, \\ v = r_0 / D, \quad \chi = \rho_1 c_1 / (\rho_0 c), \quad T_1 = (\theta_1 - \theta_{01} + \Gamma z_d) / \theta_{11}, \quad T = (\theta - \theta_{01} + \Gamma z_d) / \theta_{11}, \\ T_0(Fo) = (\theta_{10}(\tau) - \theta_{01}) / \theta_{11}, \quad \theta_{11} = \Gamma D, \quad Q(z) = r_0^2 q(z_d) / (a_{1r} \rho_0 c \theta_{11}).$$

Решение отыскивается асимптотическим методом пространственного покоэффициентного осреднения. Обезразмеренная задача разбивается в совокупность задач для коэффициентов асимптотического разложения, каждая из которых содержит физические параметры, зависящие от пространственных координат. Уравнения конвективной теплопроводности и условия равенства тепловых потоков в этих задачах содержат коэффициенты асимптотического разложения более высоких порядков. С использованием специально разработанных математических процедур уравнения конвективной теплопроводности «расцепляются» так, что содержат коэффициенты асимптотического

разложения одного порядка, а физические параметры, зависящие от пространственных координат естественным образом, заменяются соответствующими моментными интегралами, которые от пространственных координат не зависят. К «расцепленным» задачам можно применять известные математические методы, например, интегральные преобразования.

Обсуждаемые задачи для коэффициентов асимптотического разложения решены в пространстве изображений Лапласа – Карсона. Решения для нулевого коэффициента разложения в скважине и окружающей среде соответственно имеют вид

$$T^{(0)\mu} = \int_0^z F(\xi) \exp\left(-\int_{\xi}^z \alpha(\xi') d\xi'\right) d\xi + T_0(p) \exp\left(-\int_0^z \alpha(\xi) d\xi\right), \quad r < 1, \quad z > 0, \quad (1)$$

где $\alpha(z) = \frac{pZ(z) + 2\chi k\sqrt{p}}{2\nu\text{Pe}R_1(r)}$, $F(z) = \frac{Q(z)}{2\nu\text{Pe}R_1(r)} + 1$, $R_1(1) = \int_0^1 rR(r)dr$.

$$T_1^{(0)\mu} = \frac{K_0(r\sqrt{p})}{K_0(\sqrt{p})} \left[\int_0^z F(\xi) \exp\left(-\int_{\xi}^z \alpha(\xi') d\xi'\right) d\xi + T_0(p) \exp\left(-\int_0^z \alpha(\xi) d\xi\right) \right], \quad (2)$$

$r > 1, \quad z > 0,$

В предположении малых времен в пространстве оригиналов (1) представится как

$$T^{(0)} = \int_0^z F(\xi) \operatorname{erfc} \frac{\chi(z-\xi)}{\sqrt{2\nu\text{Pe}R_1(1) \left(2\nu\text{Pe}R_1(1) \text{Fo} - \int_{\xi}^z Z(\xi') d\xi' \right)}} \Phi \left(\text{Fo} - \int_{\xi}^z \frac{Z(\xi')}{2\nu\text{Pe}R_1(1)} d\xi' \right) +$$

$$+ T_0 \operatorname{erfc} \frac{\chi z}{\sqrt{2\nu\text{Pe}R_1(1) \left(2\nu\text{Pe}R_1(1) \text{Fo} - \int_0^z Z(\xi') d\xi' \right)}} \Phi \left(\text{Fo} - \int_0^z \frac{Z(\xi')}{2\nu\text{Pe}R_1(1)} d\xi' \right),$$

$r < 1, \quad z > 0.$

Нетрудно видеть, что (1) и (2) не содержат информации о профиле скорости, и совпадают с решениями задачи о температурном поле потока газа с выровненным профилем скорости [6]. Для определения вклада, вносимого режимом течения, построен первый коэффициент разложения

$$\begin{aligned}
T^{(1)\mu} &= \frac{\Lambda r^2 Z(z)}{4\chi} p T^{(0)\mu} + R_2(r) \frac{\nu \text{Pe} \Lambda}{\chi} \left(\frac{\partial T^{(0)\mu}}{\partial z} - 1 \right) - \frac{\Lambda r^2}{4\chi} Q(z) + \\
&+ \int_0^z F_1''(\xi, p) \exp \left(- \int_{\xi}^z \alpha(\xi', p) d\xi' \right) d\xi + D''(0, p) \exp \left(- \int_{\xi}^z \alpha(\xi, p) d\xi \right), \quad r < 1, \\
T_1^{(1)\mu} &= \frac{K_0(r\sqrt{p})}{K_0(\sqrt{p})} \left[\frac{\Lambda Z(z)}{4\chi} p T^{(0)\mu} + R_2(1) \frac{\nu \text{Pe} \Lambda}{\chi} \left(\frac{\partial T^{(0)\mu}}{\partial z} - 1 \right) - \frac{\Lambda r^2}{4\chi} Q(z) + \right. \\
&\left. + \int_0^z F_1''(\xi, p) \exp \left(- \int_{\xi}^z \alpha(\xi', p) d\xi' \right) d\xi + D''(0, p) \exp \left(- \int_{\xi}^z \alpha(\xi, p) d\xi \right) \right], \quad r > 1,
\end{aligned}$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned}
F_1''(z, p) &= G_1''(z, p) + ZpD(z, \text{Fo} = 0) = \\
&= (Zp + 2\chi\sqrt{pk})D''(z, p) + 2\nu\text{Pe}R_1(r) \frac{\partial D''}{\partial z} = \left[G''(z, p) - \right. \\
&\left. - 2\chi\sqrt{pk} \left[\frac{\Lambda}{4\chi} (Z(z)pT^{(0)\mu} - Q(z)) \right] + R_2(1) \frac{\nu\text{Pe}\Lambda}{\chi} \left(\frac{\partial T^{(0)\mu}}{\partial z} - 1 \right) \right], \\
D''(0, p) &= \\
&= \frac{\Lambda Q(0)}{\chi} \left(\frac{1}{8} - \frac{R_3(1)}{R_1(1)} \right) - \frac{\Lambda T_0(p)}{\chi} \left(\frac{pZ(0)}{8} + 2R_3(1)\nu\text{Pe}\alpha(0, p) \right), \\
D''(z, p \rightarrow \infty) &= D(z, \text{Fo} = 0) = -\frac{\Lambda}{\chi} \left[\varphi(z) + Q(z) \left(\frac{R_3(1)}{R_1(1)} - \frac{1}{8} \right) \right], \\
\varphi(z) &= \lim_{p \rightarrow \infty} \left[\left(\frac{Z(z)p}{8} + 2\nu\text{Pe}R_3(1)\alpha(z, p) \right) T^{(0)\mu} \right] \\
G(z, \text{Fo}) &= -\frac{\Lambda}{\chi} \left[\frac{Z^2(z)}{8} \frac{\partial^2 T^{(0)}}{\partial \text{Fo}^2} + \left[R_3(1) \frac{2Z(z)\nu\text{Pe}}{\chi} + 2R_5(1)(\nu\text{Pe})^2 \right] \frac{\partial^2 T^{(0)}}{\partial \text{Fo} \partial z} + \right. \\
&\left. + \frac{\nu\text{Pe}R_4(1)}{2} \frac{\partial^2 Z(z)T^{(0)}}{\partial \text{Fo} \partial z} - \frac{\nu\text{Pe}R_4(1)}{2} \frac{\partial Q(z)}{\partial z} \right].
\end{aligned}$$

Как видно из представленных формул, аналитические решения для коэффициентов асимптотического разложения задачи содержат моментные интегралы от радиального профиля

$$R_2(r) = \int_0^r R_1(r') \frac{dr'}{r'}, \quad R_3(1) = \int_0^1 r' R_2(r') dr', \quad R_4(1) = \int_0^1 r' R(r') R_2(r') dr',$$

$$R_5(1) = \int_0^1 r'^3 R(r') dr'.$$

Полученные решения поставленной задачи о температурном поле ламинарного потока газа в скважине в нулевом и первом приближениях позволяют строить пространственно-временные распределения температуры в скважине и окружающих породах. При этом решение в нулевом приближении описывает асимптотически осредненное по сечению скважины значение температурного поля, а первый коэффициент асимптотического разложения позволяет построить радиальный профиль температуры в стволе скважины.

Библиографический список

Латинские: a_{1r} – температуропроводность окружающей среды в радиальном направлении, $\text{м}^2/\text{с}$; c , c_1 – удельная изобарная теплоемкость газа и удельная теплоемкость окружающей среды соответственно, $\text{Дж}/(\text{К}\cdot\text{кг})$; D – глубина скважины (исследуемый интервал скважины), м ; Fo – безразмерное время; $k = k(p) = K_1(\sqrt{p})/K_0(\sqrt{p})$ – отношение функций Бесселя K_1 и K_0 ; p – комплексный параметр преобразования Лапласа-Карсона; Pe – аналог параметра Пекле; q – плотность источников тепла, $\text{Вт}/\text{м}^3$; $Q(z)$ – безразмерная функция источников; r_d , r – соответственно размерная и безразмерная радиальная координата цилиндрической системы координат, м ; r_0 – внутренний радиус трубы, м ; T , T_1 – безразмерное температурное поле газа и окружающей среды соответственно; T_0 – безразмерный температурный сигнал пласта; v_0 – средняя по сечению скважины скорость газа, $\text{м}/\text{с}$; z_d , z – соответственно размерная и безразмерная осевая координата цилиндрической системы координат, м ; $Z(z_d)$ – относительная плотность газа.

Греческие: α – вспомогательная функция; Γ – геотермический градиент, $\text{К}/\text{м}$; ε – параметр асимптотического разложения; θ , θ_1 –

температурное поле газа и окружающей среды соответственно, К; θ_0 – температурный сигнал пласта, К; $\theta_{10}(\tau)$ – заданная зависимость температуры газа от времени в точке $z_d = 0$, К; θ_{11} – константа, используемая для обезразмеривания, К; λ, λ_1 – коэффициент теплопроводности газа и окружающей среды соответственно, Вт/(м·К); λ_r, λ_z – коэффициент теплопроводности газа в радиальном и вертикальном направлении соответственно, Вт/(м·К); ρ, ρ_0 – плотность газа и ее фиксированное значение соответственно, кг/м³; ρ_1 – плотность окружающей среды, кг/м³; τ – размерное время, с.

Нижние индексы: 1 – относящийся к окружающей среде (применительно к теплоемкости, температуре, теплопроводности и плотности); d – размерный; r – радиальное направление; z – вертикальное направление.

Верхние индексы: i – номер коэффициента разложения; Δ – изображение Лапласа – Карсона

Список литературы

1. Ильясов А.М., Шарафутдинов Р.Ф., Урманчиев С.Ф., Валиуллин Р.А. Численное моделирование дисперсных течений в нефтедобывающей скважине // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. - 2008. - № 1. - С. 24–28.
2. Бондарев Э.А., Рожин И.И., Аргунова К.К. Температурное поле многолетнемерзлых горных пород вокруг скважин при планируемой добыче нефти // Наука и образование. - 2011. - № 1. С. 22–26.
3. Кушцов С.М. Температурное поле эксплуатационной скважины // Труды Российского государственного университета нефти и газа им. И.М. Губкина. -2009. - № 4. - С. 62–68.
4. Ентов В.М., Чехонин Е.М. Поле давления вокруг скважины в слоисто-неоднородном пласте // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. - 2007. - № 1. - С. 83–90.
5. Филиппов А.И., Ахметова О.В., Ковальский А.А. Метод покоэффициентного осреднения в задаче о ламинарном течении газа в скважине // Прикладная механика и техническая физика. - 2018. - Т. 59. - № 1 (347). - С. 71–82.

Сведения об авторах

Филиппов Александр Иванович, доктор технических наук, профессор кафедры ОиТФ СФ БашГУ. E-mail: filippovai1949@rambler.ru

Ахметова Оксана Валентиновна, доктор физико-математических наук,
зав. кафедрой ОиТФ СФ БашГУ. E-mail: ahoksana@yandex.ru

УДК 536.242

Шабаров А.Б.

**ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО ЦИЛИНДРИЧЕ
СКОГО ПОТОКА В СКВАЖИНЕ С УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТИ
ТЕПЛОЕМКОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ**

Представлен способ решения задачи сопряжения, описывающий нестационарный теплообмен восходящего потока жидкости в трубе с окружающей средой с учетом переменности коэффициентов, обусловленной турбулизацией многофазного потока и нелинейной зависимостью теплоемкости нефти от температуры. Получены выражения, определяющие температурное поле в скважине и окружающих породах и учитывающие ортотропию теплофизических свойств сред.

Ключевые слова: теплообмен, асимптотический метод, теплоемкость.

SHabarov A.B.

**TEMPERATURE FIELD OF VERTICAL CYLINDRICAL
STREAM IN THE WELL WITH DEPENDENCE OF HEAT
DIFFERENCE OF TEMPERATURE**

A method for solving the conjugation problem describing the non-stationary heat exchange of the upward flow of liquid in a pipe with the environment is considered taking into account the variability of the coefficients due to the turbulence of the multiphase flow and the nonlinear dependence of the heat capacity of the oil on temperature. Expressions are obtained that determine the temperature field in the well and surrounding rocks and take into account the orthotropy of the thermophysical properties of the media.

Keywords: heat transfer, asymptotic method, heat capacity.

Создание физико-математических моделей, более точно описывающих температурное поле в стволе нефтяной скважины, необходимо для диагностики состояния скважин и выбора

оптимального режима их эксплуатации. Поскольку общеизвестных математических способов аналитического решения нелинейных задач о нестационарном теплообмене турбулентного потока нет, задача в общей постановке заменялась предыдущими исследователями упрощенными моделями [1 – 3].

В данной работе представлено приближенное решение, полученное с использованием комплексного применения асимптотических методов формального и малого параметров.

Постановка задачи о температурном поле в скважине в предположении осевой симметрии включает уравнение теплопроводности в окружающем трубу массиве

$$c_1 \rho_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} - \lambda_{r1} \frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \frac{\partial \theta_1}{\partial r_d} \right) - \lambda_{z1} \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z_d^2} = 0, \quad r_d > r_0, \quad t > 0, \quad (1)$$

$$z_d > 0,$$

уравнение конвективной теплопроводности флюида с источниками в трубе с учетом молекулярной и турбулентной составляющей $\lambda_r \lambda(r_d/r_0)$, в предположении, что скорость жидкости зависит от расстояния до оси скважины $v = v_0 R(r_d/r_0)$, запишется как

$$c\rho(1 + \beta^*(\theta - \theta^*)) \frac{\partial \theta}{\partial t} - \lambda_r \frac{1}{r_d} \frac{\partial}{\partial r_d} \left(r_d \lambda \left(\frac{r_d}{r_0} \right) \frac{\partial \theta}{\partial r_d} \right) - \lambda_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial z_d^2} +$$

$$+ c\rho(1 + \beta^*(\theta - \theta^*)) v_0 R \left(\frac{r_d}{r_0} \right) \frac{\partial \theta}{\partial z_d} = q_d, \quad r_d < r_0, \quad t > 0, \quad z_d > 0, \quad (2)$$

где $(1 + \beta^*(\theta - \theta^*))$ – линейная зависимость, описывающая изменение теплоемкости восходящего потока, обусловленное понижением температуры. Функция источников тепла q_d содержит слагаемое, описывающие изменение теплосодержания потока за счет адиабатического эффекта и другие возможные источники тепла $q_d = -\eta c \rho^2 \bar{g} \bar{v} R(r) + q_{sd}$.

На границе трубы и окружающей среды заданы условия равенства температур и тепловых потоков

$$\theta|_{r_d=r_0} = \theta_1|_{r_d=r_0}, \quad \left(\lambda_r \lambda \left(\frac{r_d}{r_0} \right) \frac{\partial \theta}{\partial r_d} \right) \Big|_{r_d=r_0} = \lambda_{r1} \frac{\partial \theta_1}{\partial r_d} \Big|_{r_d=r_0}, \quad (3)$$

здесь $\lambda(1)=1$, поскольку турбулентность в пристеночном подслое, как правило, отсутствует.

В начальный момент времени и на бесконечном удалении от скважины распределение температуры флюида и окружающей среды по вертикальной координате соответствует геотермическому. Начальные условия соответствуют естественной невозмущенной температуре Земли, возрастающей по линейному закону с глубиной z_d , которая совпадает с температурой в удаленных от трубы точках окружающего массива

$$\theta|_{t=0}=\theta_{01}-\Gamma z_d, \quad \theta_1|_{t=0}=\theta_{01}-\Gamma z_d, \quad \theta_1|_{r_d \rightarrow \infty}=\theta_{01}-\Gamma z_d. \quad (4)$$

В точке $z_d = 0$ температура потока задана известной зависимостью

$$\theta|_{z_d=0}=\theta_{10}(t). \quad (5)$$

На искомое решение накладывается также условие симметрии, заключающееся в том, что производная по радиальной координате на оси z_d цилиндрической системы координат в центре скважины обращается в нуль.

Для обеспечения единственности решения к задаче следует добавить граничные условия по z_d . Однако ниже показано, что вторыми производными по z_d в задаче можно пренебречь. Это избавляет от необходимости представления указанных условий в явном виде.

Постановка задачи (1) – (5) осложнена переменными коэффициентами $\lambda(r)$ и $R(r)$. Используя следующие соотношения

$$r = r_d/r_0, \quad z = z_d/D, \quad \text{Fo} = a_{r1}t/r_0^2, \quad T_j = (\theta_j - \theta_{01} + \Gamma z_d)/\theta_{11}, \\ \Lambda = \lambda_{r1}/\lambda_r, \quad \text{Pe} = vr_0/a_{r1}, \quad \theta_{11} = \Gamma D, \quad \chi = c_1\rho_1/c\rho, \quad v = r_0/D, \quad (6)$$

$$N = \eta\rho g r_0/v\theta_{11}, \quad \beta = \beta^* \Gamma D$$

где $j = \langle \text{пробел} \rangle$, 1 – номер области, приведем задачу (1) – (5) к безразмерным переменным

$$\frac{\partial T_1}{\partial \text{Fo}} - \Lambda_{r1}^{-1} v^2 \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1}{\partial r} \right) = 0, \quad r > 1, \quad \text{Fo} > 0, \quad z > 0, \quad (7)$$

$$\left(1 + \beta(T - T^*) \right) \frac{\partial T}{\partial \text{Fo}} - \frac{\chi}{\Lambda} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda(r) \frac{\partial T}{\partial r} \right) - v^2 \chi \Lambda_{r1}^z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \quad (8)$$

$$+(1 + \beta(T - T^*))R(r)\text{Pev}\left(\frac{\partial T}{\partial z} - 1 + H\right) = Q(r, z, \text{Fo}), \quad r < 1, \text{Fo} > 0,$$

$$z > 0,$$

$$T|_{r=1} = T_1|_{r=1}, \quad \frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=1} = \Lambda \frac{\partial T_1}{\partial r}\Big|_{r=1}, \quad (9)$$

$$T|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad T_1|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad T_1|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad (10)$$

$$T|_{z=0} = \frac{\theta_{10}(\tau) - \theta_{01}}{\theta_0} = T_0(\text{Fo}), \quad (11)$$

где Pe – аналог параметра Пекле, Fo – аналог числа Фурье, $Q(r, z, \text{Fo}) = r_0^2 q_d / c\rho\theta_0 a_{1r}$, $T_0(\text{Fo})$ – температурный сигнал пласта – функция определяющая изменение температуры фильтрующегося из пласта флюида со временем.

Поскольку v^2 является малым множителем, по этой причине соответствующими слагаемыми в уравнениях можно пренебречь.

Решение нелинейной задачи (7) – (11) отыскивается в виде асимптотических формул

$$T_1 = T_{1[0]} + \beta T_{1[1]} + \dots + \Theta_1, \quad T = T_{[0]} + \beta T_{[1]} + \dots + \Theta. \quad (12)$$

Подставляя (12) в (7) – (11) получим задачу, разбитую по степеням β , из которой следует совокупность задач для коэффициентов асимптотического разложения по малому параметру β , каждая из которых является линейной

При β^0 получим математическую постановку задачи, совпадающую с точностью до обозначений с задачей, представленной в работе [4].

По аналогии с [4], решение задачи при β^0 отыскивается с использованием асимптотического метода формального параметра в виде асимптотической формулы по параметру ε и в нулевом приближении в пространстве изображений Лапласа – Карсона имеет вид

$$T_{[0]}^{(0)u} = T_0^u(p) e^{-\alpha_1 z} + \int_0^z \frac{R_1(1)\text{Pev}(1-H) + Q_1^u(1, \xi, p)}{R_1(1)\text{Pev}} e^{-\alpha(z-\xi)} d\xi, \quad (13)$$

$$r < 1, \quad z > 0,$$

где $\alpha = (p + 2\chi k \sqrt{p}) / 2\text{Pev}R_1(1)$.

$$T_{1[0]}^{(0)u} = \frac{K_0(r\sqrt{p})}{K_0(\sqrt{p})} \left[T_0^u(p) e^{-\alpha z} + \int_0^z \frac{R_1(1) \text{Pev}(1-H) + Q_1^u(1, \xi, p)}{R_1(1) \text{Pev}} e^{-\alpha(z-\xi)} d\xi \right], \quad (14)$$

$$r > 1, z > 0.$$

Как видно из постановки при β^0 , выражение (13) не содержит зависимости коэффициента теплопроводности от температуры.

Для расчета соответствующей поправки рассматриваются уравнения и условия при β^1

$$\frac{\partial T_{1[1]}}{\partial \text{Fo}} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_{1[1]}}{\partial r} \right) = 0, \quad r > 1, \text{Fo} > 0, z > 0, \quad (15)$$

$$\frac{\partial T_{1[1]}}{\partial \text{Fo}} - \frac{\chi}{\Lambda} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda(r) \frac{\partial T_{1[1]}}{\partial r} \right) + R(r) \text{Pev} \frac{\partial T_{1[1]}}{\partial z} = F(r, z, \text{Fo}), \quad (16)$$

$$r < 1, \text{Fo} > 0, z > 0,$$

$$T_{1[1]}|_{r=1} = T_{1[1]}|_{r=1}, \quad \frac{\partial T_{1[1]}}{\partial r} \Big|_{r=1} = \Lambda \frac{\partial T_{1[1]}}{\partial r} \Big|_{r=1}, \quad (17)$$

$$T_{1[1]}|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad T_{1[1]}|_{\text{Fo}=0} = 0, \quad T_{1[1]}|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad (18)$$

$$T_{1[1]}|_{z=0} = 0, \quad (19)$$

где $F(r, z, \text{Fo}) = -(T_{1[0]} - T^*) \left(\frac{\partial T_{1[0]}}{\partial \text{Fo}} + R(r) \text{Pev} \frac{\partial T_{1[0]}}{\partial z} \right)$.

Далее в задачу при β^1 вводится формальный параметр асимптотического разложения δ . Выписывая множители при одинаковых степенях δ , получим задачу, разбитую по параметру δ . Откуда с использованием специальной процедуры расщепления следуют задачи для коэффициентов разложения.

Решение задачи при β^1 , δ^0 найдено аналогично и запишется как

$$T_{1[1]}^{(0)u} = \frac{e^{-\alpha z}}{\text{Pev} R_1(1)} \int_0^z F_1^u e^{\alpha z'} dz', \quad T_{1[1]}^{(0)u} = \frac{K_0(r\sqrt{p})}{K_0(\sqrt{p})} \frac{e^{-\alpha z}}{\text{Pev} R_1(1)} \int_0^z F_1^u e^{\alpha z'} dz'.$$

Выражение для определения температуры в скважине в оригиналах в приближении малых времен имеет вид

$$T_{[1]}^{(0)} = \int_0^z \int_0^{Fo} \frac{F_1}{2R_1(1)Pev} \Psi \left(\frac{\chi}{Pev}, Fo - \tau - \frac{z - z'}{2R_1(1)Pev} \right) \Phi \left(Fo - \frac{z - z'}{2R_1(1)Pev} \right) d\tau dz',$$

$$\text{где } \Psi(x, y) = \frac{x}{2y\sqrt{\pi y}} \exp\left(-\frac{x^2}{4y}\right).$$

На основе методов малого параметра и асимптотического метода реализован подход к исследованию вклада зависимости теплофизических параметров от температуры в практически важной задаче о температурном поле турбулентного потока флюида в скважине. Показано, что учет вклада зависимости теплоемкости нефти от температуры приводит к уменьшению абсолютных значений температурных возмущений, однако относительное значение возмущений при типичных значениях скважинных параметров не превышает нескольких процентов от абсолютных возмущений естественного теплового поля Земли.

Из приведенных результатов следует также, что точность линейной модели, т.е. не учитывающей нелинейные поправки, во все температурном диапазоне может быть существенно повышена, если значения теплофизических параметров задавать в точках, обеспечивающих минимальные значения температурного коэффициента.

Список обозначений

c, c_1 – удельная теплоемкость флюида и окружающей среды соответственно, Дж/(К·кг); D – глубина скважины, м; $Pe = vr_0/a_{r1}$ – аналог параметра Пекле; $Q(r, z, Fo)$ – безразмерная функция источников; q_d – плотность источников тепла, Вт/м³; r_d, z_d , и $r = r_d/r_0$, $z = z_d/D$ – размерные и безразмерные цилиндрические координаты соответственно, м; r_0 – радиус трубы, м; v – средняя скорость жидкости в трубе, м/с; Γ – геотермический градиент, физическая величина, характеризующая удельное увеличение температуры горной породы с глубиной К/м; η – адиабатический коэффициент К/Па; θ, θ_1 – температура флюида и окружающей среды соответственно, К; θ_{01} – естественная невозмущенная температура, К; θ_{10} – константа, используемая для обезразмеривания, К; θ^* – температура в точке линеаризации, К; λ, λ_1 – коэффициент

теплопроводности потока и окружающей среды, Вт/(м·К); $\lambda_t(r)$ – турбулентная составляющая теплопроводности; ρ , ρ_1 – плотность флюида и окружающей среды, кг/м³; τ – время, с.

Библиографический список

1. Купцов С.М. Температурное поле эксплуатационной скважины // Труды Российского государственного университета нефти и газа им. И.М. Губкина. – 2009. – № 4. – С. 62 – 68.
2. Кирсанов Ю.А., Назипов Р.А., Данилов В.А. Теплообмен пористого тела с однофазным потоком теплоносителя // Теплофизика высоких температур. 2011. – Т. 49. – № 2. – С. 235 – 242.
3. Чекалюк, Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта /Э.Б. Чекалюк. – М.: Недра, 1965. – 238 с.
4. Филиппов А.И., Ахметова О.В., Родионов А.С. Температурное поле турбулентного потока в скважине // Теплофизика высоких температур. 2013. – Т. 51. № 2. – С. 277 – 286.

Сведения об авторе

Шабаров Александр Борисович, доктор технических наук, профессор кафедры механики многофазных систем ТюмГУ. E-mail: kaf_mms@utmn.ru

Секция «История науки и техники»

УДК 004.4

Головина Е.Ю., Полянская В.И.

КОМПЬЮТЕРЫ. ВЧЕРА, СЕГОДНЯ, ЗАВТРА

В статье рассматриваются вопросы эволюционного развития информационных технологий. Какими будут будущие технологии предсказать достаточно трудно, но точно можно сказать, что они изменят мир. Рассматриваются такие возможные сценарии, как слияние границ между виртуальным и настоящим миром. Статья отражает современное представление о развитии IT-технологии будущего, исследуя технологии прошлого.

Ключевые слова: компьютер, информационные технологии, поколения ЭВМ, прогресс, будущие ПК

GOLOVINA E. YU., POLYANSKAYA V. I.

COMPUTERS. YESTERDAY, TODAY, TOMORROW

The article deals with the evolutionary development of information technologies. What future technologies will be difficult to predict, but we can say that they will change the world. Possible scenarios such as merging boundaries between the virtual world and the real world are considered. The article reflects the current view of the development of IT-technology of the future, exploring the technology of the past.

Keywords: computer, information technologies, computer generations, progress, future PC.

На сегодняшний день сказать, что компьютеры развиваются невероятно быстро – это ничего не сказать. Еще в 1965 году основатель компании Intel Гордон Мур, отметил, что количество транзисторов на кристалле процессора удваивается каждый год. А в

1975 году он внес в свой закон некоторые поправки, согласно которых удвоение будет происходить, примерно, один раз в два года. И, действительно, по самым смелым прогнозам специалистов в IT области, мир стоит на пороге очередной технологической революции. Ожидаемый прорыв в области информационных технологиях может в корне изменить нашу жизнь[1].

Но говоря об информационных технологиях будущего нельзя забывать и о достижениях прошлого. Как сказал один из великих русских писателей Максим Горький «Не зная прошлого, невозможно понять подлинный смысл настоящего и цели будущего».

В развитии ЭВМ можно выделить пять периодов. Поколения ЭВМ каждого периода отличаются друг от друга элементной базой и математическим обеспечением.

Первые ЭВМ появились в 40-х годах 20 века и были настолько дорогими, что их могли приобрести только крупные компании и корпорации. Их элементная база состояла из электронных ламп. Оперативная память, достигала до 2 Кбайт, а данные вводились и выводились с помощью перфокарт и перфолент.

Второе поколение ЭВМ (1955-1965 г.г.) стали делиться на большие, средние и малые. Электронные лампы сменили транзисторы. Оперативная память достигала от 2 до 32 Кбайт. Магнитные ленты и диски использовались в качестве носителей информации.

Третье поколение (1965-1975 г.г.) в качестве элементной базы начали использовать интегральные схемы. Оперативная память составляла 64 Кбайт, а их быстродействие составляло от 1 до 10 млн операций.

Четвертое поколение (1975 по начало 90-х годов) в качестве элементной базы использовали большие интегральные схемы. Оперативная память достигала от 2 до 5 Мбайт, а их быстродействие составляло от 10 до 100 млн. операций в секунду.

Пятое поколение ЭВМ разрабатывалось с 90-х годов 20 века. Элементной базой являются сверхбольшие интегральные схемы с использованием оптоэлектронных принципов [2-3].

Технологии настолько быстро меняются, что мы не успеваем следить за ними. Так, например, в каждом доме за последние десять лет появились плазменные и жидкокристаллические телевизоры с выходом в интернет, а на каждом столе монитор компьютера, в каждой руке – дисплей смартфона. Наша связь с реальностью меняется. Деятели в разных сферах разработчики, дизайнеры и т.д.

делают все, чтобы сделать нашу жизнь проще и интереснее. В мире компьютерных технологий появляются новые и значительные разработки, поражающие более безупречными и практически неповторимыми видеоизменениями.

Множество гипотез было на тему будущих ПК, и трудно вообразить, какое количество будет еще. Среди различных предположений достоин внимания проект Джеффри Энгельхардта. Концепт этого творения с названием LiM довольно аскетичен (LessisMore – значит «меньше означает больше») представляет собой небольшой системный блок: стекло с диагональю 19 дюймов, сенсорный и прозрачный. Виртуальная панель, которая заменяет мышь и тонкая беспроводная клавиатура (рисунок 1).



Рис. 1. Внешний вид компьютера

А теперь представим мир, сделанный из стекла, где осуществляется беспрепятственная доставка информации в реальном времени. Люди будут оставаться на связи через виртуальный мир на кончиках пальцев, в буквальном смысле. И где каждый день с невиданной скоростью компьютерные технологии мчатся вперед. За счет эффективного использования облачных технологий не нужно будет заботиться о безопасности, снижается потребность в помещениях, происходит экономия серверного дискового пространства. А также можно не думать о производительности своего ПК [4-5].

Прошли те времена, когда стекло было хрупкое. Сегодня стекло универсальное, гибкое, прочное. Оно будет трансформироваться в повседневные поверхности, и обладать исключительными преимуществами.



Рис. 2. Использование стекла, как повседневной поверхности

Люди стремятся делать все больше и больше на ходу, о чем свидетельствует быстрое распространение смартфонов и планшетов. Конечно, мобильность порождает некоторые проблемы, такие как трудность просмотра планшета в ярком солнечном свете или наличие микробов на смартфоне. Однако данные проблемы решаются во многих международных компаниях путем разработки антибликового покрытия и антимикробные стекла.

Библиографический список

1. Головина Е.Ю., Батршина З.Р. Автоматизированная система рейтинговой оценки преподавателей кафедры // В сборнике: Наука. Технология. Производство - 2017. Прикладная наука как инструмент развития нефтехимических производств Материалы Международной научно-технической конференции, посвященной дню Химика и 40-летию кафедры химико-технологических процессов Филиала Уфимского государственного нефтяного технического университета в г. Салавате. - 2017. - С. 425-428.
2. Головина Е.Ю., Левина Т.М. Вопросы оценки информационной безопасности на объектах нефтегазовой отрасли// Стратегия развития и инноваций: материалы научно-практической конференции посвященной 70-летию ООО «Газпром нефтехим Салават», Уфа: Изд-во УГНТУ. – 2018. - с.149.
3. Каданцев М.Н., Филиппов В.Н., Хабибуллин Т.Р. Информационные технологии в преподавании курса Информационные системы в УГНТУ // Информационные технологии. Проблемы и решения. - 2016. 1(3). - С. 109-115. ISSN 2500-2996.
4. Киреева Н.А., Родионов А.С., Фархутдинов Р.И., Хусаинов И.Р. Разработка чат-бота для применения в вузе // Наука. Технология. Производство – 2017. Прикладная наука как инструмент развития нефтехимических производств: материалы Междунар. науч.-техн. конф., посвящ. дню Химика и 40-летию кафедры химико-технологич. процессов филиала УГНТУ в г. Салавате / редкол.: Н.Г. Евдокимова и др. – Уфа: Изд-во УГНТУ. - 2017. – С. 438-441.
5. Левина, Т.М., Барвин С.К., Покало Ю.Д., Будников В.А. Современные методы интеграции разноуровневых информационных систем//Инновации в науке. - 2016. - № 11 (60). - С. 16-20.

Сведения об авторах

Головина Евгения Юрьевна, ассистент, филиал ФГБОУ ВО УГНТУ в г. Салавате. Email: egolovina82@mail.ru.

Полянская Виктория Игоревна, студент, филиал ФГБОУ ВО УГНТУ в г. Салавате. Email: ya.lhe2012@yandex.ru.

УДК 007

Киреева Н.А., Петрова О.А.

ИСТОРИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ И РАЗВИТИЯ КИБЕРНЕТИКИ

В статье рассматривается вклад зарубежных и русских ученых в возникновение и развитие кибернетики как науки. Освещается предмет кибернетики, ее цели, методы, основные разделы и современное состояние.

Ключевые слова: Кибернетика, методы кибернетики, кибернетическая система, информация, ЭВМ.

Kireeva N.A., Petrova O.A.

HISTORY AND DEVELOPMENT OF CYBERNETICS

The article considers the contribution of foreign and Russian scientists in the emergence and development of Cybernetics as a science. The subject of Cybernetics, its goals, methods, main sections and current state are covered.

Keywords: Cybernetic, methods of Cybernetics, cybernetic system, information, computer.

Кибернетика – наука об общих закономерностях получения, хранения, преобразования и передачи информации в сложных управляющих системах, будь то машины, живые организмы или общество.

Термин «кибернетика» изначально ввёл в научный оборот Андре Ампер, который в своём фундаментальном труде «Опыт о философии наук, или аналитическое изложение естественной классификации всех человеческих знаний» определил кибернетику как науку об управлении государством, которая должна обеспечить гражданам разнообразные блага [1].

© Киреева Н.А., Петрова О.А., 2018

© Киреева Н.А., Петрова О.А., 2018

Норберт Винер в 1948 году ввёл термин «кибернетика», в современном понимании, – как науку об общих закономерностях процессов управления и передачи информации в машинах, живых организмах и обществе. Винер предложил называть кибернетикой «науку об управлении и связи в животном и машине». В первой и во второй своей книге («Кибернетика и общество», 1954) Винер уделил большое внимание общепhilософским и социальным аспектам новой науки, трактуя их зачастую весьма произвольно. В результате дальнейшее развитие кибернетики пошло двумя различными путями. В США и Западной Европе стало преобладать узкое понимание кибернетики, концентрирующее внимание на спорах и сомнениях, поднятых Винером, на аналогиях между процессами управления в технических средствах и живых организмах [2].

На Западе вопросы, касающиеся проблем, возникающих в связи с широким внедрением электронно-вычислительной техники (ЭВМ) в теорию управления и преобразования информации, развивались в рамках специальных разделов науки, получивших название «информатика», «вычислительная наука», «системный анализ» и др. Лишь к концу 1960-х гг. наметилась тенденция расширения понятия кибернетики и включения в неё всех указанных разделов. Имея в качестве основного объекта исследования кибернетические системы, кибернетика использует для их изучения три различных метода. Два из них – математико-аналитический и экспериментальный широко применяются в других науках. Сущность первого состоит в описании изучаемого объекта в рамках того или иного математического аппарата и последующего извлечения различных следствий из этого описания путем математической дедукции. Сущность второго метода состоит в проведении различных экспериментов либо с самим объектом, либо с его реальной физической моделью. В случае уникальности исследуемого объекта и невозможности существенного влияния на активный эксперимент переходит в пассивное наблюдение.

Одним из важнейших достижений кибернетики является разработка и широкое использование нового метода исследования, получившего название математического (машинного) эксперимента или математического моделирования. Смысл его состоит в том, что эксперименты производятся не с реальной физической моделью изучаемого объекта, а с его описанием. Описание объекта вместе с программами, реализующими изменения характеристик объекта в

соответствии с этим описанием, помещается в память ЭВМ, после чего становится возможным проводить с объектом различные эксперименты: регистрировать его поведение в тех или иных условиях, менять те или иные элементы описания и тому подобное.

В СССР одним из главных борцов за реабилитацию кибернетики был А.И. Китов – автор первых положительных публикаций о ней и убежденным пропагандистом ее идей. Его научные труды и статьи, написанные им самостоятельно и совместно с А.И. Бергом, А.А. Ляпуновым и С.Л. Соболевым в период с 1952 по 1961 гг., сыграли огромную роль в признании кибернетики как науки и в развитии информатики в Советском Союзе и в нескольких других странах. В 1951–1952 гг. А.И. Китов, ознакомившись в библиотеке секретного конструкторского бюро по разработке ЭВМ СКБ–245 с оригиналом книги американского учёного Н. Винера «Кибернетика», оценил большую пользу новой науки для общества. И написал развернутую положительную статью «Основные черты кибернетики» [4].

Современная кибернетика в широком понимании состоит из большого количества разделов, представляющих собой самостоятельные научные направления. Теоретическое ядро кибернетики составляют такие разделы, как теория информации, теория кодирования, теория алгоритмов и автоматов, общая теория систем, теория оптимальных процессов, методы исследования операций, теория распознавания образов, теория формальных языков. На практике центр тяжести интересов кибернетики сместился в область создания сложных систем управления и различного рода систем для автоматизации умственного труда. В чисто познавательном плане одной из наиболее интересных перспективных задач кибернетики является моделирование мозга и его различных функций. Основным техническим средством для решения всех указанных задач являются ЭВМ. Поэтому развитие кибернетики как в теоретическом, так и в практическом аспектах тесно связано с их прогрессом.

Большое значение применение кибернетических методов имеет в тех науках, где методы классической математики могут применяться лишь в ограниченных масштабах, для решения отдельных частных задач. К числу таких наук относятся в первую очередь экономика, биология, медицина, языкознание и те области техники, которые имеют дело с большими системами. В результате большого объёма применения кибернетических методов в этих

науках произошло выделение самостоятельных научных направлений, которые было бы естественно называть кибернетической экономикой, кибернетической биологией. Однако в силу ряда причин первоначальное становление указанных направлений происходило в рамках кибернетики за счет специализации объектов исследования, а не в рамках соответствующих наук за счёт применения методов и результатов кибернетики. Поэтому указанные направления получили названия экономическая кибернетика, биологическая кибернетика, медицинская кибернетика, техническая кибернетика. В языкознании соответствующее научное направление получило наименование математической лингвистики. Кибернетика помогает и общественным наукам. Ее методами пользуются политэкономия, право, лингвистика, логика. Кибернетика становится все более и более «агрессивной» по отношению к другим наукам, технике, производству, сельскому хозяйству и даже быту и жизни человека. Этому способствует сегодня не только успешное развитие теоретических работ, но и совершенствование технической основы кибернетики: высших автоматов, электронных вычислительных машин, различных математических электронных устройств, мощных информационных комплексов. Кибернетические устройства – это уже не просто вычислительные машины: их практическое применение гораздо шире [3].

Новейшие кибернетические машины произвели подлинную революцию в науке и технике. Быстродействие и память ЭВМ третьего поколения таковы, что дают возможность качественно преобразовать труд специалистов, увеличивают творческие возможности человека. Возникают своего рода человеко-машинные системы, объединяющие жесткость формальной логики ЭВМ с гибкостью мышления человека. Это уже не просто применение в труде более совершенного, чем раньше, инструмента, а качественно новое развитие творческого труда, особенно исследователя и научного работника. В последние годы развилось и такое мощное средство управления, как автоматизированные системы управления (АСУ). Они представляют собой не просто средство переработки информации: сбора ее и передачи, автоматизации трудоемкого бухгалтерского учета, обработки документации, но поднимают на более высокую качественную ступень управление, обеспечивая своевременное принятие правильных решений. Внедрение в сферу управленческой деятельности технических преобразователей

информации – компьютеров предъявили к науке управления ряд новых требований, главнейшим из которых является необходимость количественного подхода к решению управленческих задач. С чем успешно справляется многогранная наука – кибернетика [5].

Таким образом, на высших уровнях иерархии управляющих систем задачи управления оказываются тесно переплетенными с задачами познания окружающей действительности. В чистом виде эти задачи проявляются в абстрактных познающих системах, также являющихся одним из классов кибернетических систем. Существенное место в кибернетике занимает теория надёжности кибернетических систем. Её задачей является разработка методов построения систем, обеспечивающих правильное функционирование систем при выходе из строя части их элементов, разрыве тех или иных связей и других возможных случайных сбоях или неисправностях.

Библиографический список

1. Аптер М. Кибернетика и развитие / пер. с англ. – М.: Мир, 1970. – 216 с.
2. Винер Н. Кибернетика и общество. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1958. – 196 с.
3. Kireeva N. Technology of problem educating is in process teaching of history // Scientific enquiry in the contemporary world: theoretical basics and innovative approach. 5th edition. Vol. 2. Humanities and social sciences: research articles, V&M Publishing, San Francisco, California, USA. – 2015. – С. 97-99.
4. Покало Ю.Д., Киреева Н.А. Электронное учебное пособие по дисциплине «История» // Информационные технологии. Проблемы и решения: материалы междунар. науч.-практ. конф. - Т. 1. – Уфа: Изд-во «Восточная печать». - 2015. – С. 238-242.
5. Редько В.Г. Эволюционная кибернетика. – М.: Наука, 2001. –156 с.

Сведения об авторах

Киреева Надежда Анатольевна, кандидат исторических наук, доцент филиала ФГБОУ ВО «Уфимский государственный нефтяной технический университет» в г. Салавате. E-mail: kireeva1211@yandex.ru

Петрова Ольга Александровна, студент ФГБОУ ВО «Уфимский государственный нефтяной технический университет» в г. Салавате. Email: ms.petrovaol@mail.ru

УДК 001.126

**Киреева Н.А., Фархутдинов Р.И., Хусаинов И.Р.
ВКЛАД М.В. ЛОМОНОСОВА В РАЗВИТИЕ НАУК**

В статье рассматривается вклад М.В. Ломоносова в развитие российской науки. Показано влияние результатов его научной деятельности на мировую научную мысль и связанный с этим рост престижа Российской империи в мире. Приведена оценка научной деятельности М.В. Ломоносова современниками и современными учеными.

Ключевые слова: М.В. Ломоносов, наука, научная деятельность, научное открытие, научное достижение.

**Kireeva N.A., Farkhutdinov R.I., Husainov I.R.
THE CONTRIBUTION OF M.V. LOMONOSOV IN SCIENCE
DEVELOPMENT**

This article discusses the contribution of M.V. Lomonosov in the development of Russian science. The influence of the results of his scientific activity on the world scientific thought and the associated increase in the prestige of the Russian Empire in the world is shown. Given the evaluation of the scientific activities of M.V. Lomonosov's contemporaries and modern scholars.

Keywords: M.V. Lomonosov, science, scientific activity, scientific discovery, scientific evidence.

Михайло Васильевич Ломоносов внес огромный вклад в мировую науку. Его мысли для своего времени отличались прогрессивностью взгляда и бурной критикой со стороны европейских ученых.

К одной из главных заслуг М.В. Ломоносова относится разработка фундаментального положения современного атомно-молекулярного учения в работе «Элементы математической химии» (1741). Сущность учения можно изложить в следующих положениях:

- 1) все вещества состоят из «корпускул» (молекулы);
- 2) молекулы состоят из «элементов» (атомы);
- 3) частицы-молекулы и атомы находятся в непрерывном движении. Тепловое состояние тел есть результат движения их частиц;

4) молекулы простых веществ состоят из одинаковых атомов, молекулы простых веществ – из различных атомов.

Молекулярно-кинетическая теория тепла М.В. Ломоносова является одним из выдающихся естественнонаучных достижений. В ходе данной теории он пришел к следующим логическим выводам:

1) «в движении какой-то материи» – так как «при прекращении движения уменьшается и теплота», а «движение не может произойти без материи»;

2) «во внутреннем движении материи», так как недоступно чувствам;

3) «во внутреннем движении собственной материи» тел, то есть «не посторонней»;

4) «во вращательном движении частиц собственной материи тел», так как «существуют весьма горячие тела без» двух других видов движения «внутреннего поступательного и колебательного», например, раскаленный камень покоится (нет поступательного движения) и не плавится (нет колебательного движения частиц) [4].

М.В. Ломоносов дал первое по времени изложение современной геологии. В работе «О слоях земных» ученый отметил различие у минеральных жил по возрасту и описал происхождение окаменелостей, металлоносных россыпей, чернозема, землетрясений.

В книге «Древняя Российская История от начала Российского народа до кончины Великого Князя Ярослава Первого или до 1054 года» М.В. Ломоносов стремился пересмотреть исторические корни нашей страны. Он выдвинул антинорманскую теорию, по которой славяне не являются шведами [2, 3].

Статьи Ломоносова по физике и химии оценил известный математик Леонард Эйлер: «Все сии диссертации не токмо хороши, но и весьма превосходны, ибо он (Ломоносов) пишет о материях физических и химических весьма нужных, которые по ныне не знали и истолковать не могли самые остроумные люди, что он учинил с таким успехом, что я совершенно уверен в справедливости его изъяснений. При сем случае г. Ломоносову должен отдать справедливость, что имеет превосходное дарование для изъяснения физических и химических явлений. Желать должно, чтоб и другия Академии в состоянии были произвести такие откровения, как показал г. Ломоносов» [1].

Ломоносов, по выражению профессора Б.Н. Меншуткина, явился «самым ярким метеором, внезапно осветившим на несколько

мгновений темную ночь крепостной России и бесследно исчезнувшим» [1]. К сожалению, фундаментальные открытия Ломоносова в науке не интересовало дворян и помещиков. Их привлекали только его литературные творения, в которых воспевался мирный труд и русский народ. И лишь через много лет было реализовано великое научное наследие Ломоносова.

Таким образом, результаты деятельности М.В. Ломоносова не оставили равнодушными его современников и заставляют задуматься потомков.

Библиографический список

1. Верёвкин М.И. М.В. Ломоносов в воспоминаниях и характеристиках современников / АН СССР, Ин-т истории естествознания и техники; сост. Г.Е. Павлова; отв. ред. П.Н. Берков. – М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1962. – 232 с.
2. Киреева Н.А. История России с древнейших времен до начала XVII века: учеб. пособие для студентов академического и прикладного бакалавриата. – Уфа: Типография ООО «СН-Медиа», 2015. – 106 с.
3. Kireeva N. Technology of problem educating is in process teaching of history // Scientific enquiry in the contemporary world: theoretical basics and innovative approach. 5th edition. Vol. 2. Humanities and social sciences: research articles, B&M Publishing, San Francisco, California, USA. – 2015. – С. 97-99.
4. Покало Ю.Д., Киреева Н.А. Электронное учебное пособие по дисциплине «История» // Информационные технологии. Проблемы и решения: материалы междунар. науч.-практ. конф. Т. 1. – Уфа: Изд-во «Восточная печать», 2015. – С. 238-242.

Сведения об авторах

Киреева Надежда Анатольевна, кандидат исторических наук, доцент филиала ФГБОУ ВО «Уфимский государственный нефтяной технический университет» в г. Салавате. E-mail: kireeva1211@yandex.ru.

Фархугдинов Рамиль Ильдарович, студент ФГБОУ ВО «Уфимский государственный нефтяной технический университет» в г. Салавате. E-mail: paper_button@mail.ru.

Хусаинов Ильнар Рамилевич, студент ФГБОУ ВО «Уфимский государственный нефтяной технический университет» в г. Салавате. E-mail: ilnar.khusainov.98@mail.ru.

УДК 537.3

**Киреева Н.А., Хуснутдинов
Э.А. ИСТОРИЯ СОЗДАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО
ОСВЕЩЕНИЯ И ТЕЛЕФОНА**

В статье освещены исторические моменты и процессы создания незаменимых устройств: электрического освещения и телефона. Раскрыт вклад русских и зарубежных ученых в разработку данных устройств, который ускорил развитие науки и цивилизации.

Ключевые слова: электричество, освещение, телефон, изобретение, ученый.

**Kireeva N.A., Khusnutdinov E.A.
THE STORY OF THE CREATION OF ELECTRIC
LIGHTING AND TELEPHONE**

The article highlights the historical moments and processes of creating irreplaceable devices: electric lighting and telephone. The contribution of Russian and foreign scientists in the development of these devices, which accelerated the development of science and civilization.

Keywords: electricity, lightning, phone, invention, scientist

Важнейшими открытиями человечества можно по праву считать электрический ток и телефон. В этой статье попробуем разобраться в истоках этих изобретений.

Один из первых опытов, о котором нам известно, датируется 700-м годом до н.э. Греческий философ Фалес заметил, что янтарь притягивает легкие предметы, когда происходило трение с шерстью. При трении янтара о шерсть образуется статическое электричество, которое формирует электрополе. Такие поля нестабильны и при первой же возможности разряжались. Важное замечание: при влажности больше 80% такие поля почти не формируются из-за того, что вода является хорошим проводником и не позволяет избыточному электричеству накапливаться на поверхности материалов [3].

Понятие «электричество» появилось в 1653 году. Бургомистром Магдебурга по имени Отто фон Герике была создана специальная машина для исследования. С её помощью можно было наблюдать

эффект притяжения и отталкивания тел. Электричество – поток частиц, движущихся в определенном направлении, обладающих неким зарядом [4].

В 1729 году в Англии ученым Стивеном Греем был проведен первый опыт передачи электричества на небольшое расстояние. В ходе этого опыта было выявлено, что не все тела могут передавать электричество.

1800 год стал знаменателен тем, что итальянский изобретатель Вольта создал новый источник тока, который назывался Гальванический элемент. Этот аппарат представлял собой объект в виде столба из цинковых и серебряных колец, разделенных бумажками, смоченными в соленой воде. Через пару лет русский изобретатель Василий Петров открыл «Вольтову дугу».

В 1872 году русскому ученому Александру Лодыгину удалось заставить угольный стержень светиться в стеклянном сосуде, откуда был откачан воздух – отсюда и начинается история создания ламп накаливания. Немного позднее ученый заменил угольный стержень на вольфрамовый [1].

В 1878 году американский изобретатель Томас Эдисон создал долговечную, надежную и недорогую модель, а также наладил ее производство. Интересный факт, что для создания лампы накаливания Томас Эдисон провел 1999 неудачных экспериментов.

Откуда берется электричество? С каждым десятилетием появляется все больше и больше источников электроэнергии. На сегодняшний день человечеству известны следующие способы получения электричества:

- ветровые генераторы преобразуют энергию из одной формы в другую. Ветер вращает лопасти, вырабатывает подъемную и импульсную силы, за счет чего приходит в действие маховик. В процессе раскручивания маховика ротор формирует магнитное поле на неподвижной части установки. В результате на провода начинает поступать электрический ток;

- солнечные генераторы. Солнечная панель собирает энергию солнца и сохраняет ее в аккумуляторе для использования в дальнейшем. При этом вырабатывается постоянный ток. Также батареи обеспечивают питание максимальной нагрузки, то есть ток нагрузки обеспечивает сумма токов от солнечной батареи и аккумулятора;

- приливные генераторы. Во время прилива/отлива водная масса вращает лопасти турбины, которая в свою очередь преобразует водную энергию в электричество и передает ее в аккумуляторы;
- гидроэлектростанция. Напор воды, который поступает на лопасти турбины, приводит турбину в движение, в результате чего она вращает генераторы, которые вырабатывают электроэнергию;
- атомные электростанции. В их основе лежит мощная реакция, возникающая при делении ядра атома. В этом процессе чаще всего участвуют атомы урана-235 или плутония. Ядро атомов делит нейтрон, попадающий извне. При этом возникают новые нейтроны, а также осколки деления, которые имеют огромную кинетическую энергию, она же и является той самой энергией.

Рассмотрим еще одно, не менее интересное явление, – телефон. В повседневной жизни уже с трудом можно представить себя без телефона в руках, но еще совсем недавно телефоны были абсолютно другими.

В 1877 году в городе Бостон появилась первая телефонная линия, всего через год после того как изобретатель Александр Белл запатентовал эффект «телефонирование». Он был профессором в области физиологии в Бостонском университете и работал с людьми, имеющими проблемы со слухом и речью. Интересный факт, но первый телефон появился на 16 лет раньше и изобрел его Иоганн Филипп Рейс. Он представил свое изобретение на собрании Физического сообщества, однако коллеги восприняли его без особого энтузиазма.

Первый телефонный аппарат был устроен довольно просто: мембрана из кожи, оснащенная сигнальным элементом для увеличения громкости звука. Устройство позволяло передавать только звучание голоса.

После доработки телефонного аппарата, который позволял передавать отдельно слышимые четкие слова, А. Белл представил его деловому сообществу. Оно оценило устройство по достоинству, а А. Белл создал собственную компанию.

С 1882 года городские телефоны стали функционировать на регулярной основе в Москве, Одессе, Петербурге. 1898 была создана междугородняя линия между Москвой и Петербургом, функционирующая до сих пор.

В 1885 году русский изобретатель Павел Михайлович Голубицкий разработал новую концепцию работы телефона, при

которой питание к аппаратам подводилось извне – от центрального источника.

Развитие телефонов шло стремительно: в 1916 году на 100 жителей Москвы приходилось 3,7 телефона; в 1935 телефонизировали все станции метро; а с 1953 все дома, вводимые в эксплуатацию, в столице СССР должны были иметь подведенный телефонный кабель.

В 1956 году шведская разработка радиосвязи была выведена на рынок, но в начале абонентов было немного из-за дороговизны аппаратов.

В 1969 году появилась идея унификации связи, чтобы люди могли связываться между собой из разных городов и даже стран по средствам мобильной связи. Идея принадлежала Эстену Мякитоло, благодаря которому появился телефон. Однако на тот момент не было достаточных технологий для осуществления его идеи, они появились в 1980-х годах.

Первая сотовая сеть была запущена в Саудовской Аравии компанией Ericsson в 1981 году. Она была массовой и, наконец, осуществила идеи Мякитоло. Затем сотовые сети появились и в других странах. В каждой стране был свой стандарт сотовой связи, поэтому необходимо было создать для всех единое решение. В 1990 году появился стандарт GSM, который вобрал в себя лучшее от всех идей в других странах. С 1999 года мобильные операторы активно начинают внедрять мобильный интернет в телефоны. С 2007 года начинается новое поколение телефонов и мобильной связи [2].

Подводя итог, можно с уверенностью сказать, что изобретение электричества, как и телефона явилось одним из наиболее значимых открытий человечества.

Библиографический список

1. Киреева Н.А. История России с древнейших времен до начала XVII века: учеб. пособие для студентов академического и прикладного бакалавриата. – Уфа: Типография ООО «СН-Медиа», 2015. – 106 с.
2. Kireeva N. Technology of problem educating is in process teaching of history // Scientific enquiry in the contemporary world: theoretical basics and innovative approach. 5th edition. Vol. 2. Humanities and social sciences: research articles, B&M Publishing, San Francisco, California, USA. – 2015. – С. 97-99.
3. Покало Ю.Д., Киреева Н.А. Электронное учебное пособие по дисциплине «История» // Информационные технологии. Проблемы и

решения: материалы междунар. науч.-практ. конф. Т. 1. – Уфа: Изд-во «Восточная печать», 2015. – С. 238-242.

4. Тамм И.Е. Основы теории электричества: учебное пособие. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 616 с.

Сведения об авторах

Киреева Надежда Анатольевна, кандидат исторических наук, доцент филиала ФГБОУ ВО «Уфимский государственный нефтяной технический университет» в г. Салавате. E-mail: kireeva1211@yandex.ru

Хуснутдинов Эдуард Алексеевич, студент ФГБОУ ВО «Уфимский государственный нефтяной технический университет» в г. Салавате. Email: khunutdinov.eduard@gmail.com

УДК 53.06

Насыков Э.Н., Ягафарова З.А., Исмагилова А.Г. БИОФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ

Рассмотрены история возникновения и биофизические принципы компьютерной томографии – метода, являющегося основой современной медицинской диагностики.

Ключевые слова: медицинская физика, компьютерная томография, лучевая диагностика.

Nasykov E.N., Yagafarova Z.A., Ismagilova A.G. BIOPHYSICAL BASIS OF COMPUTED TOMOGRAPHY

The history of origin and the biophysical principles of computed tomography are considered, the method that is the basis of modern medical diagnostics.

Key words: medical physics, computer tomography, radiation diagnostics.

Компьютерная томография (КТ) объединяет комплекс физических идей, математических методов и технических средств, используемых для определения параметров внутренней структуры. Компьютерная томография на сегодняшний день является одним из современных методов исследования внутренней структуры

различных объектов без нарушения их целостности при проведении исследований.

В медицинской физике компьютерная томография в основном решает проблему реконструкции структуры и изображений, что является базовой информацией для диагностики, когда объектом исследования является организм человека. Эта задача имеет определенную специфику и налагает особые ограничения как на конструкцию информационно-измерительных приборов и систем, так и на процессы проведения измерений.

В то же время основные идеи КТ и методы их технической реализации могут найти приложение и в других предметных областях. В качестве объектов исследования могут выступать технические конструкции, элементы приборов, машин и сооружений, природные объекты, геологические структуры, атмосфера, толщина водоемов. В частности, при изучении технических конструкций с помощью развиваемых принципов и методов решаются задачи неразрушающего контроля качества. При исследовании состояния атмосферы и водной среды решаются задачи атмосферного и гидрологического мониторинга, экологии. В сейсмологии и приложениях, где решаются задачи поиска полезных ископаемых, необходимо произвести послойное изучение структуры объектов. Сигналы с детекторов передают информацию о структуре в виде искажения параметров некоторого физического поля или движущихся элементарных частиц при взаимодействии поля со структурой исследуемого объекта. В медицинской диагностике методы рентгенографии и рентгеноскопии охватывают широкий спектр исследований, таких как флюорография, контрастные методы исследования, интервенционная рентгенология, линейная и компьютерная томографии.

История КТ начинается с 1895 года, когда немецкий физик Вильгельм открыл рентгеновское излучение. В 1917 году австрийский математик Иоганн Радон вывел интегральное преобразование функции многих переменных. В 1937-м польский математик Стефан Качмаж развил его и разработал способ нахождения приближительного решения большой системы линейных алгебраических уравнений. На основе этой методики и был сделан первый коммерческий КТ-сканер. В 1959 году американский невролог Уильям Олдендорф выдвинул идею о том, что можно сканировать голову человека с помощью рентгеновских лучей, а

затем реконструировать рентгеноконтрастность слоев. Эта мысль пришла к нему после того, как он увидел в работе аппарат для выбраковывания фруктов - тот определял наличие подмороженных частей. Однако первый коммерческий аппарат построили в 1971 году американский физик Аллан Кормак и британский инженер Годфри Хаунсфилд. Вернее, построили еще в 1969-м, но тогда устройству требовалось много доработок. Первый КТ-сканер был установлен в больнице Аткинсон Морли в Лондоне. Первое исследование - компьютерная томография мозга - было проведено 1 октября 1971 года. В 1975 году Хаунсфилд и Олдендорф получили премию Ласкера за изобретение томографа, а в 1979-м Хаунсфилд и Кормак удостоились Нобелевской премии по медицине.

С 1970-х годов технология компьютерной томографии значительно шагнула вперед. Увеличилась скорость сканирования, число исследуемых слоев, улучшилось качество изображения. Появилась КТ с двумя источниками излучения, КТ с рентгеноконтрастным усилением. Можно сказать, что в течение небольшого промежутка времени произошло стремительное развитие КТ. Для первого пошагового компьютерного томографа, требовались многие часы и дни для получения одного единственного среза и реконструкции изображения из него.

На смену классической пошаговой (рутинной) КТ, имеющей ряд недостатков связанных, прежде всего, с медленным вращением системы «трубка-детектор», пришла спиральная КТ (СКТ). Особенностью СКТ является непрерывное вращение рентгеновской трубки при одновременном поступательном движении стола аппарата с пациентом. При этом большая анатомическая область может быть просканирована за одну задержку дыхания. В этих условиях пучок рентгеновского излучения приобретает форму спирали, что позволяет значительно ускорить процесс сканирования и исследования в целом, широко применять контрастные методики исследования, в том числе и выполнять КТ-ангиографию, использовать методики высокого разрешения. Наконец, последним достижением является многослойная (многосрезовая) спиральная компьютерная томография (МСКТ). Принципиальное отличие этого метода – наличие вместо одного несколько рядов детекторов, воспринимающих рентгеновское излучение. За одно вращение трубки можно получить во много раз больше информации. Резко возрастает скорость формирования изображения без потери его качества. Появляется возможность

проследить за движением контрастного вещества по сосудам всех анатомических областей.

Биофизический принцип работы КТ заключается в том, что детекторы томографа регистрируют количество рентгеновских квантов, поглощенных каждым элементарным объемом исследованной части тела. Выделяемый срез рассматривается как состоящий из маленьких кубиков ткани (воксели). Каждый детектор оценивает поглощение излучения в данном кубике. Компьютер подсчитывает среднюю величину поглощенной энергии и создает, как бы, карту коэффициентов поглощения излучения во всех кубиках. Для оценки относительных величин поглощения используется шкала Хаунсфилда. По шкале Хаунсфилда за 0 принята плотность дистиллированной воды, за +1000 – плотность компактной костной ткани, за -1000 – плотность воздуха.

Современные компьютерные томографы позволяют получать за одну секунду десятки и сотни срезов, проводить сканирование и полное обследование пациента за несколько секунд. В настоящее время в медицинских учреждениях мира установлено и функционирует более 100 000 компьютерных томографов. Если основным применением первых компьютерных томографов являлась диагностика патологических процессов центральной нервной системы и планирование лучевой терапии, то сейчас их применение значительно расширилось и метод КТ стал универсальным и многофункциональным. Высокие разрешающие возможности КТ позволяют визуализировать практически все анатомические органы и системы человека, диагностировать многие патологические процессы в них на ранней, порой доклинической стадии их развития. КТ позволяет визуализировать патологические процессы, не всегда выявляемые другими методами лучевой диагностики, позволяет получать точные количественные данные о размерах и плотности различных анатомических структур, а также патологических образований.

Методы виртуальной эндоскопии (виртуальная бронхоскопия, виртуальная колоноскопия, виртуальная ангио - и веноскопия и др.) сделали реальностью мечту многих поколений врачей, заглянуть внутрь человека, не касаясь его. Кроме этого, наряду с высокими диагностическими возможностями метод компьютерной томографии находит место и непосредственно в лечебном процессе: пункции, дренирования, паравертебральные блокады под контролем КТ.

Библиографический список

Терновой С.К., Абдураимов А. Б., Федотенков И. С. Компьютерная томография. – М. : ГЭОТАР-Медиа, 2008. – 176 с.

Линденбратей Л.Д., Королук И.П. Медицинская радиология (Основы лучевой диагностики и лучевой терапии). М.: Медицина, 2000. – 672 с.

Сведения об авторах

Насыков Эмиль Наилевич, студент СФ БашГУ Email: Zulfiya_Abdul@mail.ru.

Ягафарова Зульфия Абдулхаевна, кандидат физико-математических наук, доцент СФ БашГУ. Email: Zulfiya_Abdul@mail.ru.

Исмагилова Алсу Галиевна, студент БГМУ.

УДК 550.3

Ремеева А.Н., Зеленова М.А.

ОБЗОР МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ПОТОКА

В данной работе рассмотрена история развития методов решения задач о температурном поле в скважине, окруженной сплошным массивом, по которой движется жидкость. Показаны подходы отечественных и зарубежных исследователей к отысканию аналитического решения задачи теплопроводности в трубчатых каналах. Представлена модель задачи конвективной теплопроводности в скважине, окруженной анизотропным сплошным массивом с граничными условиями IV рода и учетом произвольного аксиально-симметричного профиля скорости течения флюида.

Ключевые слова: температурное поле, нефтеносный пласт, асимптотический метод.

Remmeeva A.N., Zelenova M.A.

REVIEW OF METHODS FOR SOLVING THE PROBLEMS OF CONVECTIVE HEAT EXCHANGE OF A CYLINDRICAL FLOW

In this paper, we consider the history of the development of methods for solving problems on the temperature field in a well surrounded by a solid mass array along which the liquid moves. The approaches of domestic and foreign researchers to the search for an analytical solution

© Ремеева А.Н., Зеленова М.А., 2018

of the heat conduction problem in tubular channels are shown. A model is presented for the problem of convective heat conductivity in a well surrounded by an anisotropic solid mass with boundary conditions of the fourth kind and taking into account an arbitrary axially symmetric velocity profile of the fluid flow.

Keywords: temperature field, oil reservoir, asymptotic method.

Изучение полей температур системы «скважина-окружающий массив» имеет большое практическое приложение для нефтедобывающей промышленности. Учет всех физических процессов, протекающих в этой системе, приводит к задачам с переменными коэффициентами и граничными условиями IV рода. Решение таких задач, как известно, сопряжено со значительными трудностями. В связи с этим исследователями задача в точной постановке заменялась более простой.

В.Г. Шухов предложил воспользоваться формулой Ньютона для теплообмена на поверхности, причем считал коэффициент теплообмена потока в скважине с окружающими породами не зависящим от времени. Учет теплообмена потока жидкости в скважине с окружающими породами в интегральной форме предложил Э.Б. Чекалюк, при этом тепловой поток им задавался в виде свертки [1]. В дальнейшем этот подход был развит М.А. Пудовкиным, В.А. Чугуновым и др. [2]. В этой работе построены уравнения тепло- и массообмена в действующих скважинах на основе балансового уравнения механики двухфазных сред. Как и в работах предыдущих авторов, исследования выполнены для средней температуры потока в предположении применимости закона теплообмена Ньютона – Рихмана, который строго справедлив только для стационарного теплообмена. Ю.М. Проселков в своей монографии изучил вопросы о теплообменных процессах в стволе эксплуатационных водяных, нефтяных и газовых скважин [4]. В этой работе впервые применен метод формального осреднения уравнений конвективной теплопроводности для температуры в стволе скважины. В основе математических моделей также лежит формула Ньютона – Рихмана, что не позволяет учесть реальное распределение температуры в окружающих скважину породах.

К обсуждаемой задаче обращались и другие исследователи [5, 6, 7], но все они рассматривали задачу только для средней температуры в стволе скважины.

Все перечисленные работы основаны на предположении постоянства профиля скорости и температуры по сечению скважины. Полученные таким образом выражения не позволяют строить зависимости температуры от радиальной координаты даже в режиме выровненного профиля скорости. Между тем, проводимые термические исследования действующих скважин указывают на то, что радиальное распределение температуры вносит большой вклад в температурное поле системы «скважина-окружающий массив». Особое значение это приобрело благодаря развитию технологий, когда уровень разрешающей способности термометров стал намного выше радиального перепада температуры в скважине.

Профессором А.И. Филипповым разработана эффективная модификация асимптотического метода, ориентированная на задачи скважинной термодинамики. Эта идея использована многими авторами в своих диссертационных работах [8 - 19] для создания теории температурных и массообменных процессов, а также полей давлений при закачке жидкости в пласты, фильтрации газожидкостных смесей и аномальной жидкости, движении жидкости по скважине; термического воздействия на пласт на основе фильтрационно-волновых процессов; создание методов расчетов температурных полей в скважине, обеспечивающих построение радиальных зависимостей, и окружающей среде при ламинарном и турбулентном течении флюида; разработка методов о полях давления, температуры и концентрации, возникающих при подземном захоронении радиоактивных отходов.

Идея метода заключается в представлении функции температуры в виде асимптотической формулы по формальному параметру. Затем формируется класс задач для отыскания нулевого и первого коэффициентов разложения. Причем нулевой коэффициент разложения описывает средние по сечению значения температуры, а первый коэффициент разложения позволяет строить радиальные распределения температуры. Коэффициенты разложения более высоких порядков имеют громоздкий вид и практически не влияют на аналитические зависимости, вследствие чего эти слагаемые опущены.

В работе [19] модель «в среднем точного» асимптотического решения усовершенствована. Благодаря комбинации методов формального и малого параметров получены аналитические выражения нелинейной задачи о температурных полях в скважине

для ламинарного и выровненного профиля течения жидкости с учетом теплообмена с окружающей породой, а также учета зависимости теплофизических параметров от температуры ($c(\theta), \lambda(\theta)$).

1. Развита асимптотический метод покоэффициентного осреднения, позволяющий строить приближенные аналитические решения задач скважинной теплофизики, содержащих переменные коэффициенты, нулевое приближение которого соответствует решению задачи, осредненной по ограниченной области (толщине пласта-коллектора или сечению скважины), а первое уточняет зависимость от координаты в области осреднения. Основная идея метода покоэффициентного осреднения заключается в применении разложения по формальному асимптотическому параметру в задаче для остаточного члена и последующем интегральном осреднении в ограниченной области задач для коэффициентов.

2. Получены новые решения нелинейных задач сопряжения о теплообмене восходящего потока с произвольным аксиально-симметричным радиальным профилем скорости в скважине, учитывающие изменение турбулентного коэффициента теплопроводности от радиальной координаты, в нулевом и первом асимптотических приближениях.

3. Полученные решения уточнены погранслойнными функциями. Искомое решение представляется в виде асимптотического ряда. Исходная задача преобразуется в последовательность краевых задач для коэффициентов разложения, остаточного члена и погранслоинного ряда. При этом возникает необходимость использования специальной процедуры расщепления, поскольку в конвективное уравнение теплопроводности, полученное после подстановки ряда, при соответствующей степени параметра разложения входят соседние коэффициенты.

4. Показано, что нулевое приближение позволяет построить новый способ расчета средней по сечению температуры, первое приближение – рассчитать радиальное распределение температуры в потоке, остаточный член – оценить точность полученных решений, погранслоинная функция – уточнить «в среднем точное» решение задачи. Полученные выражения достаточны для анализа теплофизических процессов.

В своей диссертационной работе [18] Д.В. Иванов применил развитый асимптотический метод при моделировании процессов

тепло- и массопереноса при глубинном захоронении радиоактивных растворов. Что позволило значительно расширить область применения разработанного метода.

Библиографический список

1. Чекалюк Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта – М.: Недра. 1965. – 238 с.
2. Пудовкин М.А., Саламатин А.Н., Чугунов В.А. Температурные процессы в действующих скважинах – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1977. – 166 с.
3. Пудовкин М.А., Волков И.К. Краевые задачи математической теории теплопроводности в приложении к расчетам температурных полей в нефтяных пластах при заводнении – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1978. – 188 с.
4. Проселков Ю.М. Теплопередача в скважинах – М.: Недра, 1975. – 224 с.
5. Намиот, А.Ю. Изменение температуры по стволу эксплуатирующихся скважин // Нефтяное хозяйство. - № 5. - 1955. – С. 45 – 48.
6. Непримеров Н.Н., Пудовкин М.А., Марков А.И. Особенности теплового поля нефтяного месторождения – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1968. – 164 с.
7. Николаевский В.Н. Конвективная диффузия в пористых средах // Прикладная математика и механика. - Т.23. - № 6. - 1959. – С. 1042 – 1050.
8. Коркешко О.И. Применение асимптотических методов для решения задач тепло- и массопереноса: дис. ... к.ф.-м.н.: 01.04.14 – Стерлитамак, 2000. – 196 с.
9. Девяткин Е.М. Исследование баротермического эффекта в газожидкостных смесях: дис. ... к.ф.-м.н.: 01.04.14 – Стерлитамак, 2001. – 183 с.
10. Минлибаев М.Р. Исследование обменных явлений переноса в многокомпонентных системах: дис. ... к.ф.-м.н.: 01.04.14 – Уфа, 1998.
11. Хусаинова Г.Я. Исследование температурных полей при фильтрации аномальных жидкостей: дис. ... к.ф.-м.н.: 01.04.14 - Уфа, 1998.
12. Ефимова Г.Ф. Математическое моделирование температурных процессов в фильтрационно-волновых полях с учетом фазовых переходов: дис. ... к.ф.-м.н.: 05.13.18 - Стерлитамак, 2004. - 128 с.
13. Миколайчук Н.П. Баротермический эффект в газовых пластах: дис. ... к.ф.-м.н.: 05.13.18 - Стерлитамак, 2004. - 144 с.
14. Ахметова О.В. Расчет температурных полей при течении флюида в скважинах на основе асимптотических разложений: дис. ... к.ф.-м.н.: 01.04.14 - Стерлитамак, 2005.

15. Горюнова М.А. Теоретическое исследование температурных полей в стволе действующей скважины: дис. ... к.ф.-м.н.: 01.04.14 - Стерлитамак, 2009. – 153 с.

16. Родионов А.Г. Температурные поля турбулентных потоков жидкости в скважинах: дис. ... к.ф.-м.н.: 01.02.05 - Стерлитамак, 2013. -121 с.

17. Михайлов П.Н. Температурные поля в скважине и пластах при фильтрации химически- и радиоактивных растворов в асимптотическом приближении: дис. ... д.ф.-м.н.: 01.04.14 - Стерлитамак, 2009. – 396 с.

18. Иванов Д.В. Моделирование процессов тепло- и массопереноса при глубинном захоронении радиоактивных растворов: дис. ... к.ф.-м.н.: 01.04.14 - Стерлитамак, 2010. – 130 с.

19. Ахметова О.В. Температурные поля турбулентных и ламинарных течений в скважинах: дис. ... д.ф.-м.н.: 01.04.14 – Уфа, 2017. – 421 с.

Сведения об авторах

Ремеева Альфия Ниловна, кандидат педагогических наук, доцент СФ БашГУ. Email: alfa_remeeva@mail.ru.

Зеленова Марина Анатольевна, кандидат физико-математических наук, доцент СФ БашГУ. Email: marina_ag@inbox.ru

УДК 621.397.13

Сагдуллаев Ю.С.

ЭВОЛЮЦИЯ ВИДЕОИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ СИСТЕМ ТЕЛЕВИДЕНИЯ И МАШИННОГО ЗРЕНИЯ

Показаны особенности становления и пути будущего развития видеоинформационных технологий систем телевидения и машинного зрения, которые определяют вещательный и прикладной характер их применения

Ключевые слова: видеоинформационные технологии, системы телевидения и машинного зрения, их развитие

Sagdullaev Yu.S.

EVOLUTION OF VIDEO-INFORMATIONAL TECHNOLOGIES OF TELEVISION SYSTEMS AND MACHINE VISION

The features of the formation and ways of the future development of video information technologies in television and computer vision systems that determine the broadcasting and application nature of their application are shown.

© Сагдуллаев Ю.С., 2018

Keywords: video information technologies, television and machine vision systems, their development

Введение

Значительные достижения в области передачи и воспроизведения изображений позволяют применять системы телевидения и машинного зрения в самых различных отраслях науки и техники, народном хозяйстве и промышленности. Как известно, телевидение включает большое число разнообразных самостоятельных систем, отражающих целевой характер их использования.

Применение систем телевидения и машинного зрения в первую очередь связаны с необходимостью видеонаблюдения объектов окружающего пространства, существующей потребностью в дистанционном мониторинге объектов земной поверхности с использованием различных авиакосмических систем. Оно также связано с экстремальными видами деятельности человека, при выполнении работ в недоступных по каким-либо причинам средах или где присутствие человека является нежелательным или физически невозможным и т.д. [1]

Такие ситуации могут быть на объектах в ядерной энергетике, атомной, химической, энергетической, нефтеперерабатывающей и газовой промышленности, взрывоопасном производстве или на иных объектах в других отраслях. Прикладные телевизионные (ТВ) системы используются для видеонаблюдения на территориях массового скопления людей, для обеспечения охраны и безопасности деятельности людей, в среде с потенциально опасными веществами и материалами, при контроле пожароопасных лесных участков и массивов и др.

Использование результатов развитие современной электроники, фотоники, вычислительной техники и информатики позволяет обеспечить разработку новых принципов и подходов, как к построению самих видеоинформационных систем, так и к формированию и обработке сигналов изображений. Это в первую очередь связано с реализацией видеосистем на кристалле с цифровой обработкой видеосигналов «все в одном» [2]. Далее, следует отметить создание все более эффективных методов компрессии и передачи видеосигналов в цифровой форме. а также отображение видеоинформации на больших ТВ экранах [3] и т.д.

Классификация видеоинформационных технологий и систем

На рисунке 1 представлена общая классификация видеоинформационных технологий систем телевидения и машинного зрения [4]. Главной составляющей видеоинформационных технологий являются системы телевидения. Классификация отображает вещательный и прикладной характер разнообразного использования таких систем.

Первый и второй уровень развития видеоинформационных технологий и систем телевидения отображает становление и развитие электронных аналоговых вещательных и прикладных систем черно-белого (1935–1948), цветного (1952–1967) и спектрально-аналогового телевидения (1970–1980) [4].

Третий уровень развития видеоинформационных технологий и систем телевидения характеризуется началом внедрения цифровой обработки и передачи сигналов ТВ изображений в цифровом формате стандартной четкости для вещательного и прикладного и телевидения, а также появлением *IP*–телевидения (1995–2005).

Данный этап характеризуется началом цифрового ТВ вещания в обычном формате и практическим прекращением аналогового ТВ вещания в передовых странах мира, приведением всех звеньев ТВ тракта полностью к цифровой форме. По решению МСЭ переход на эфирное цифровое телевидения семейства *DVB* для нашей страны должен был бы завершиться в 2015 году, что еще выполняется. В других странах мира этот переход будет осуществляться до 2020 года и далее [1]. Для всех стран мира этот переход должен осуществляться согласно ранее принятым срокам, а если происходит задержка – то на вторичной основе.

Четвертый уровень развития видеоинформационных технологий и систем телевидения непосредственно связан с дальнейшим развитием цифрового ТВ вещания, передачей и отображением ТВ информации более высокой четкости различных уровней. Полная реализация данного этапа возможна только в дальнейшей перспективе к 2025–2035 годам.

Пятый уровень развития видеоинформационных технологий и систем телевидения непосредственно связан с внедрением известных вещательных и прикладных систем с ультравысокой четкостью изображений объемного и многокадрового телевидения [7]. Данный этап будет характеризоваться повсеместным переходом к объемному ТВ вещанию.



Рис. 1. Общая классификация видеоинформационных технологий систем телевидения и машинного зрения

Отдельное самостоятельное направление цифровых видеоинформационных технологий и систем третьего уровня включает новое *IP*-направление, когда осуществляется передача сигналов вещательного телевидения и решение задач видеонаблюдения, предоставления услуг видеотелефонии и видеоконференцсвязи с использованием *IP*-технологий и сетей связи [5]. Это направление, показывающее проникновение систем телевидения в *IP*-среду, развивается быстрыми темпами. При этом, использование операций вида *DVB/IP* и *IP/DVB*, позволяет осуществлять обмен и обеспечивать преобразование и циркуляцию видеоинформации с использованием различных сред передачи данных. Надо отметить, что дальнейшее распространение и развитие получат видеоинформационные технологии и системы передачи информации по *IP*-сетям с доставкой различных видов видеоинформационных услуг мобильным пользователям.

Первое десятилетие XXI века характеризуется тем, что вещательное телевидение многих стран мира стало переходить от аналогового к цифровому телевидению, а именно в третий уровень своего развития. Этот переход в планетарном масштабе для всех стран займет еще, пожалуй, десятки лет в силу консервативности как самих существующих систем и средств телевидения, так и их потребителей, включая и самих владельцев этих средств.

Представленная классификация видеоинформационных технологий систем телевидения и машинного зрения показывает основные направления становления и будущего развития таких систем и систем *IP*-телевидения на ближайшие десятилетия XXI века.

Динамика развития систем телевидения и машинного зрения

Следует отметить, что по мере прогресса в области науки и техники, заметно сократился период между научными исследованиями и созданием технических средств [1, 6]. Анализ сложных технических систем с зарождающимися технологиями приводит к тому, что в начале своего развития они имеют низкие характеристики, но по мере их совершенствования и использования происходит существенное улучшение их технического уровня.

На рисунке 2 представлена динамика развития ТВ техники, основанная на старой и новой технологии. *S*-образная кривая отражает зависимость между временем, а также затратами, связанными с улучшением системы или технологического процесса, и результатами, полученными от вложения средств. «Технологический разрыв» – это периоды перехода от одной технологии к качественно другой и создание новых систем [6].

Рассматривая пример развития мирового электронного вещательного телевидения можно сказать следующее. Пусть время t_1 отражает 1940 год (когда были решены все теоретически вопросы профессиональной совместимости систем телевидения, где для передачи сигналов цветного телевидения, можно было использовать стандартную полосу частот в 8МГц, отведенной ранее для передачи сигналов черно-белого телевидения), а время t_2 отражает внедрение систем цветного телевидения в практическую эксплуатацию. При этом для США это был 1952 год, год внедрения системы цветного телевидения *NTSC* (12 лет), для ФРГ это был 1961 год, год внедрения системы цветного телевидения *PAL* (21 год) и для Франции и СССР это был 1967 год, год внедрения совместной

системы цветного телевидения *SECAM* (27 лет). Технологический разрыв для указанных стран разный, от 12 до 27 лет [4].

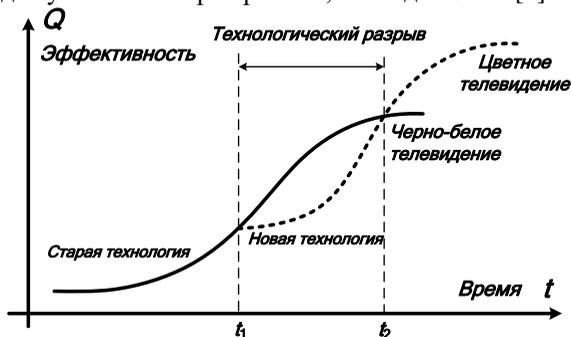


Рис. 2. – S-образные кривые замещения технологий в системах телевидения и машинного зрения

Вышесказанное справедливо отражает также эволюцию систем прикладного телевидения и машинного зрения, где также наблюдается переход от черно-белых систем к цветным, от цветных к спектрозональным (разноспектральным), от двумерных изображений к объемным и т.д.

Формат систем цифрового телевидения

Становление цифрового телевидения в сочетании с новыми телекоммуникационными технологиями обуславливают новый уровень их развития в глобальной мировой инфраструктуре [2,7]. Рассматривая используемые видеоинформационные технологии в тракте формирования, обработки, передачи и приема сигналов, а также в звене отображения информации можно выделить три главных ключевых процесса:

- формирование сигналов ТВ изображений;
- обработку и передачу сигналов телевидения по каналам связи;
- прием и отображение сигналов ТВ изображений.

Данные процессы фактически определяют вид той или иной системы телевидения, их основные параметры и характеристики. Поэтому совершенствование и дальнейшее развитие систем телевидения связано с этими процессами и требуют нахождения новых эффективных технологий, способов формирования, обработки, передачи и отображения сигналов.

Что является исходным эталоном и аналогом в этих процессах? Как ни странно, но это углубленный учет, во-первых, особенностей зрительного восприятия оптических изображений человеком и, во-вторых, новых достижений в науке, технике и технологии, в первую очередь – микроэлектронной. Хотя по некоторым параметрам системы телевидения уже превосходят биологическую систему человеческого зрения, тем не менее, главный недостаток современных вещательных систем телевидения – их малая разрешающая способность по сравнению с разрешающей способностью зрительного аппарата человека. Это видно хотя бы, исходя из того, что общее число светочувствительных и цветочувствительных элементов – палочек и колбочек, которые имеет глаз, составляет огромное число (порядка 125–130 млн.). Далее чрезвычайная простота достижимых задач по анализу изображений с использованием видеосистем технического зрения, по сравнению с задачами, которые может решать сам человек, используя зрительное восприятие оптических изображений.

Поэтому, в первую очередь, будущее развитие видеоинформационных технологий и систем должны быть направлены хотя бы на частичное устранение этого существенного недостатка, путем перехода к телевидению высокой четкости (ТВЧ) и далее, к телевидению сверхвысокой (ультравысокой) четкости. Это является *первым направлением* развития систем телевидения в ближайшие десятилетия XXI века (повышение разрешающей способности ТВ систем).

На рисунке 3 показаны различные форматы видеоизображений для систем вещательного и прикладного цифрового телевидения стандартной, повышенной, высокой и сверхвысокой четкости [3]. В формате *Ultra High Definition Television (UHDTV)* различают два уровня разрешения–4К, что соответствует разрешению 3860x2160 элементов и 8К с максимальным разрешением в кадре изображения 7680x4320 элементов, что в 16 раз превосходит разрешение стандарта *HDTV* [3]. Увеличение числа исходных элементов в ТВ изображениях приводит к резкому увеличению необходимой скорости передачи видеосигналов в цифровой форме по каналам связи

Второе направление развития систем телевидения непосредственно связано с первым и включает разработку новых методов передачи сигналов ТВЧ в стандартной полосе частот канала связи (повышение эффективности использования каналов связи). Это

достижимо при разработке еще более эффективных методов компрессии видеосигналов, создании новых методов и устройств канального кодирования и модуляции ТВ сигналов.

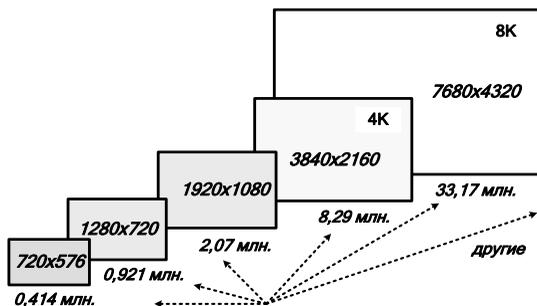


Рис. 3. Формат систем цифрового телевидения стандартной, повышенной, высокой и сверхвысокой четкости

Третье направление развития систем телевидения неразрывно связано с созданием эффективных устройств отображения двумерной и трехмерной видеоинформации высокой четкости (повышение качества воспроизведения видеоинформации и его теоретическое приближение по яркости, цветопередаче и объемности к оригиналу передаваемой сцены).

Перспективы развития систем прикладного телевидения и машинного зрения

Системы телевидения, осуществляющие регистрацию отраженного лучистого (светового) потока в нескольких узких зонах, внутри широкого спектрального интервала от 0,25 мкм до 2,5 мкм и формирующие разноспектральные изображения, получили в начале 70-х годов, в отечественной литературе, название спектрозональных ТВ систем [1]. В настоящее время они широко используются для дистанционного зондирования поверхности Земли из космоса, а также для решения других научно-практических задач.

Как известно, прикладное телевидение, в том числе и системы машинного (технического) зрения, включает большое число разнообразных самостоятельных видеоинформационных систем, отражающих целевой характер их использования. Здесь можно выделить следующие основные системы, исходя из их назначения и применения:

- космическое телевидение;

- авиационное телевидение;
- промышленное телевидение;
- телевизионную астрономию;
- подземное телевидение;
- подводное телевидение;
- телевизионную автоматику;
- транспортное телевидение;
- охранный телевидение и другие системы.

В последние годы широкое распространение получает использование систем телевидения и машинного зрения для решения измерительных и управляющих задач зрения путем регистрации лучистого потока в спектральных участках (зонах) ультрафиолетовой (УФ), видимой (ВИ), ближней, средней или дальней инфракрасной (ИК) областей спектра.

Как известно информативность (различительная информация) цветного изображения по сравнению с идентичным черно-белым изображением, выше в среднем в два раза. В разносектральных изображениях (изображениях в «условных» цветах) информативность может быть еще выше (в десятки раз), и особенно для различения объектов имеющих одинаковые пространственные признаки (по форме, размеру и т.д.) [1,7].

На рисунке 4 показаны разновидности и варианты формируемых разносектральных изображений в системах телевидения и машинного зрения.

Исходя из вариантов формируемых разносектральных изображений, системы прикладного телевидения и машинного зрения могут быть: *черно-белыми, цветными, спектральнозональными или тепловизионными* [1,]. Они могут различаться между собой внутри каждого их вида по ряду признаков и технических параметров. В целом формирование разносектральных изображений предназначается для:

- визуального анализа изображений с участием оператора;
- решения задач обнаружения, селекции заданных объектов, измерения параметров и распознавания по спектрально-энергетическим и пространственным признакам объектов без участия оператора;

- автоматического формирования сигналов управления другими объектами; накопления и хранения видеoinформации с ее последующим анализом и др.

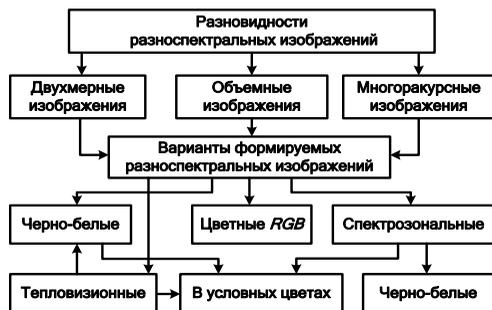


Рис. 4. Разновидности и варианты формируемых разномасштабных изображений в системах телевидения и машинного зрения

Заключение

Момент перехода от систем черно-белого телевидения за счет создания и внедрения систем цветного телевидения является важным рубежом в появлении видеoinформационных технологий, обеспечивающих увеличение количества информации доставляемой до потребителя (человека) за счет формирования, передачи и отображения цветных изображений. Это позволяет наиболее полно учитывать специфические особенности зрительного восприятия оптических изображений человеком, который, в процессе своей эволюции привык видеть изображения объектов окружающего пространства в цветном виде.

Как известно, цветные ТВ камеры вещательного телевидения, осуществляет регистрацию отраженного светового потока в трех участках ВИ области спектра, которые согласованы со спектральной характеристикой зрительной системы человека. Спектрально-зональные ТВ камеры осуществляют регистрацию отраженного лучистого потока в нескольких зонах УФ, ВИ и ближней ИК областях спектра, которые не согласованы со спектральной характеристикой зрительной системы человека.

Развитие видеoinформационных технологий и методов обработки сигналов в системах вещательного и прикладного телевидения, а также машинного зрения, будет связано с решением

задач, включающих разработку новых подходов и принципов формирования и отображения изображений с высоким разрешением, использованием эффективных методов компрессии для передачи видеосигналов в цифровой форме по каналам связи и др.

Дальнейшая эволюция систем прикладного телевидения и машинного зрения будет направлена на улучшение точностных характеристик и технико-экономических показателей систем, обеспечивающих повышение эффективности наблюдения и автоматического распознавания объектов в разноспектральных изображениях по пространственным, спектрально-энергетическим и другим признакам в реальном масштабе времени.

В этом аспекте, приоритетами будет создание различных интегральных ТВ систем информационно-измерительного, управляющего и распознавательного характера с высоким пространственным и спектральным разрешением за счет одновременной регистрации лучистого потока в различных спектральных участках (зонах) УФ, ВИ и ИК областей спектра.

Библиографический список

1. Сагдуллаев Ю. С., Ковин С. Д. Восприятие и анализ разноспектральных изображений. М.: «Спутник +», 2016. –252 с.
2. Твердотельная телекамеры: накопление качества информации . /Цыцулин А.К., Адамов Д.Ю., Манцветов А.А. и др.– СПб.: СПбЭТУ «ЛЭТИ», 2014. – 272 с.
3. Баланин Л.Н. Цифровое телевидение ультравысокой четкости – новый этап развития телевизионной техники Вопросы радиоэлектроники, сер. Техника телевидения. – 2013. - вып.1, - С.56–73.
4. Сагдуллаев Ю.С. Вещательное и прикладное телевидение. Вчера, сегодня, завтра. Журнал Техника средств связи. Серия «Техника телевидения». Юбилейный выпуск -М.: - 2015г. - С.21–25.
5. Сагдуллаев Т. Ю., Сагдуллаев В. Ю. Видеоинформационные системы в IP–сети. Вопросы радиоэлектроники, сер. Техника телевидения, 2009 г., вып.2, С.29–50.
6. Крянев А.В., Семенов С.С. Метод оценки технического уровня сложных технических систем, основанных на использовании зарождающихся технологий. Журнал Управление большими системами. Сб. трудов. - №29. -2012.
7. Сагдуллаев В.Ю. Многокурсовые видеоинформационные системы. Вопросы радиоэлектроники, сер. Техника телевидения. - 2012, - вып.2, С.90–96.

Сведения об авторах

Сагдуллаев Юрий Сагдуллаевич, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник ЗАО «Московский научно-исследовательский телевизионный институт». Email: sagdul@mniti.ru.

УДК 621.397.13

Сагдуллаев Ю.С.

СИСТЕМЫ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ ДЛЯ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ И АППАРАТОВ

Показаны особенности построения систем технического зрения для робототехнических комплексов и аппаратов с использованием разных зон регистрации лучистого потока для левого и правого глаза роботов.

Ключевые слова: робототехника, системы технического зрения, регистрация лучистого потока

Sagdullaev Yu. S.

TECHNOLOGICAL VISION SYSTEMS FOR ROBOTECNICAL COMPLEXES AND APPARATUSES

The features of the construction of vision systems for robotic complexes and apparatuses using different zones of registration of the radiant flux for the left and right eyes of robots are shown.

Keywords: robotics, technical vision systems, registration of radiant flux
Введение

Введение

Робототехнические комплексы и аппараты широко используются для решения различных научно-технических и специальных задач в современных отраслях науки, технике и производстве, при освоении космического пространства и др. На сегодня наблюдается широкое развитие робототехники и искусственного интеллекта, и их практического применения в гражданской и военной сфере. Такие роботы создаются в США, России, Японии, Китае, Южной Корее, Израиле и других странах [1]. Многие робототехнические комплексы и аппараты (в дальнейшем многофункциональные роботы) в качестве систем технического

зрения используют различные оптико-электронные системы (ОЭС) и устройства, в том числе и системы прикладного телевидения. При этом каждая система осуществляет регистрацию лучистого (светового) потока в определенном спектральном участке от λ_1 до λ_n . Регистрация отраженного лучистого потока осуществляется обычно в спектральном участке от 0,2 до 2,5 мкм, а излученного лучистого потока в отдельных спектральных участках от 3,0 до 12,0 мкм [2].

Как известно, зрительная система человека состоит из двух глаз, нервной системы и зрительного центра коры головного мозга. Основными элементами глаза являются – зрачок, хрусталик, сетчатка и их технические аналоги присутствуют во входном звене ОЭС (ТВ камере) и состоят из объектива и преобразователя «лучистый поток–сигнал» для регистрации лучистого потока

в спектральных участках (зонах) ультрафиолетовой (УФ), видимой (ВИ), ближней, средней или дальней инфракрасной (ИК) областей спектра. В качестве таких преобразователей обычно выступают различные матричные фотоприемники (МФП)..

Надо отметить, что наряду с отражательной способностью лучистого потока, большинство объектов материального мира, за счет их естественного или искусственного нагревания, сами излучают лучистый поток $F_{изл}(\lambda)$ в тепловой части ИК области спектра [1,3]. При этом максимальная длина волны излучения определяется известным законом смещения Вина:

$$\lambda_{max}=2898/T^0 \text{ (мкм)}, \quad (1)$$

где T^0 –температура в Кельвинах, а λ_{max} –длина волны с максимальной интенсивностью в микрометрах.

Особенности регистрации лучистого потока

Количество отражённой от земной поверхности лучистой энергии зависит от количества энергии, поступившей от Солнца. Естественным базовым источником излучения является Солнце. Идеализированный спектр излучения Солнца, как основного источника лучистого потока $J(\lambda)$, который направлен на объекты материального мира Земли, включает гамма-лучи, УФ, ВИ и (ИК) области спектра. При этом основной поток энергии солнечного излучения приходится на ВИ и ближние УФ и ИК области спектра в соотношении 40:10:50 [5].

Почти вся (99,9 %) пришедшая от Солнца на земную поверхность лучистая энергия приходится на спектральный интервал от 0,3 до 3,0 мкм с преобладанием в видимой области спектра

(максимум около 0,55 мкм) [4]. Земля, накопив солнечную энергию, сама становится источником излучения в интервале длин волн $\lambda = 3,0\text{--}40$ мкм с максимумом в диапазоне $\lambda = 8\text{--}12$ мкм.

Атмосфера значительно ослабляет и спектрально преобразует солнечное излучение вследствие рассеяния и поглощения молекулами газов, водяными парами, твёрдыми частицами. Таким образом, спектр излучения поверхности Земли имеет днём два максимума – один на длине волны около 0,55 мкм, обусловленный *отраженной* солнечной радиацией, и второй – на длине волны около 10,0 мкм, обусловленный собственным тепловым *излучением* Земли/

Освоение тепловой части ИК области спектра позволило создать различные виды «тепловизоров», которые формируют тепловизионные (ТПВ) изображения подобно обычным ТВ камерам, но используют для этого не ВИ световой поток, а лучистый поток, излучаемый самими объектами (на основе имеющегося различия в распределении температуры объектов окружающей среды между собой).

Ночью спектр излучения земной поверхности изменяется, сохраняется только максимум в области собственного излучения, а в области отражения максимум исчезает. Диапазон 3,0–5,0 мкм характерен для регистрации излученного потока, например, при пожарах, поскольку согласно выражению (1) это соответствует температуре горящих объектов.

В работе [3,4] подробно описаны достоинства ближней ИК области спектра (1,0– 2,5 мкм) для ведения наблюдения в сумеречное и ночное время суток, к которым относятся: высокий уровень естественной ночной освещенности на длине волны $\lambda=1,6$ мкм, высокий уровень контраста цели, повышенная прозрачность атмосферы и ряд других факторов.

Надо отметить, что в диапазоне длин волн 1,4–1,7 мкм существенно повышается прозрачность атмосферы и, более чем на порядок (по сравнению с видимой областью спектра), снижается яркость атмосферной дымки. Поэтому лучистый поток в этом диапазоне длин волн проходит лучше через некоторые виды дымов, пыль и туман, что позволяет обеспечить большую вероятность обнаружения, селекции и идентификации объектов (рисунок 1).

Кроме, влияния естественных факторов, таких как дымка, туман и др. выполняют мероприятия, направленные на уменьшение величины контраст/ фон за счет маскировки, которая представляет

собой метод структурного скрытия объекта защиты путем изменения его видовых признаков под признаки других объектов (фона).



а) видимая область спектра

б) ближняя ИК область спектра

Рис. 1. Сопоставление ТВ изображений, формируемых в видимой и ближней ИК областях спектра

Применяются следующие способы маскировки:

- использование маскирующих свойств местности;
- маскировочная обработка местности;
- маскировочное окрашивание для изменения цвета объекта и др.

Допустим, что спектрально-энергетические характеристики двух объектов (А) и (В) имеют свое распределение как показано на рисунке 2.

Пусть объект А представляет собой растительность в виде травы, а объект В, покрашен в маскировочный цвет.

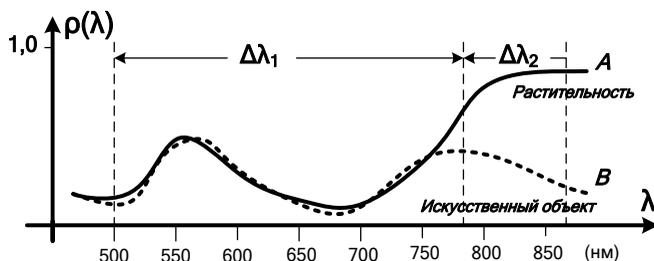


Рис. 2. Спектрально-энергетические характеристики для естественного и искусственного объекта

При регистрации светового потока только в спектральном участке $\Delta\lambda_1$, что соответствует длинам волн ВИ области спектра от

500 до 760 нм, объекты *A* и *B* не будут различаться между собой, поскольку их спектральные характеристики практически одинаковы, то есть отражательная способность светового потока $\rho(\lambda)$ равна между собой. Осуществляя наблюдение объектов в представленной ВИ области спектра нельзя различить объекты между собой, поскольку искусственный объект окрашен под цвет растительности, и он не имеет различия по цвету.

Для устранения пассивной маскировки необходимо выбрать дополнительно другую зону регистрации лучистого потока, в данном случае это $\Delta\lambda_2$ в ближней ИК области спектра, где спектральные характеристики объектов будут различаться между собой. Растительность будет иметь большую отражательную способность $\rho(\lambda)$ по сравнению с искусственным объектом (рисунок 2).

Очевидно, что использование ВИ и ИК областей спектра может противостоять методам маскировочного окрашивания объектов. Для этого, например, левый глаз робота должен видеть в ВИ области спектра ($\Delta\lambda_1$), а правый глаз робота в ИК области спектра ($\Delta\lambda_2$).

Таким образом, использование не одинаковых зон регистрации лучистого потока, отраженного от объектов в системе технического зрения робота (для левого и правого «глаза»), позволит обнаруживать объекты, окрашенные в маскировочный цвет.

Это положение базируются на том, что отражающая способность лучистого потока ряда природных фонов, таких как трава и листва деревьев, возрастает со смещением максимума излучений в область более длинных волн. Например, отражающая способность травы и листвы в диапазоне волн выше 760 нм, то есть в ближней ИК области спектра приблизительно больше в 5–10 раз. Поэтому объекты, окрашенные маскирующей краской в ВИ области спектра, будут хорошо наблюдаться на фоне травы и деревьев в ИК области спектра, поскольку они будут иметь меньшую отражательную способность.

Вариант реализации систем технического зрения для многофункциональных роботов

Под многофункциональными роботами будем понимать такие роботы, которые решают различные задачи, связанные со сбором информации (наблюдением), селекцией и распознаванием объектов по спектрально-энергетическим, пространственным и динамическим признакам. Для этого предлагается в системе технического зрения многофункциональных роботов использовать как одинаковые, так и

разные зоны регистрации лучистого потока для левого и правого «глаза» робота. Один из вариантов реализации систем технического зрения для многофункциональных роботов представлен в таблице 1.

Таблица 1

n/n	Параметры	Спектральная х-ка левого «глаза» робота (фиксированная)	Спектральная х-ка правого «глаза» робота (изменяющаяся)
1.	Область спектра для наблюдения объектов	Видимая 0,38–0,76 мкм	Ближняя инфракрасная 0,78–2,5 мкм
2.			Тепловая инфракрасная 3–5 мкм, 8–12 мкм
3.	Формируемые изображения	Черно-белое	Черно-белое
4.		Цветное	

В этой таблице спектральная характеристика входного звена левого «глаза» робота фиксированная, а для правого «глаза» изменяющаяся. На рисунке 3 показана общая структурная схема системы технического зрения для многофункциональных роботов.

Для каждого «глаза» робота, имеющего свою передающую камеру, схема включает: объектив (О), оптический фильтр (ОФ), преобразователь «лучистый (световой) поток–сигнал» в виде матричных фотоприемников (МФП), а также общие узлы – синхрогенератор (СГ) и формирователь тактовых сигналов для считывания изображений – блок развертки (БР). СГ формирует синхронизирующие и управляющие импульсы необходимой частоты и длительности для работы МФП и других блоков.

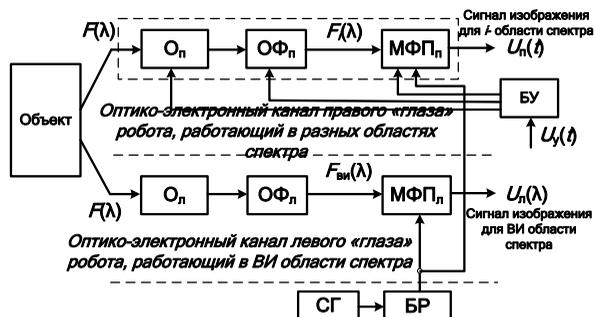


Рис. 3. Общая структурная схема системы технического зрения для многофункциональных роботов

Система технического зрения, показанная на рисунке 3 работает следующим образом. Лучистый (световой) поток отраженный или излученный от объектов наблюдаемого пространства, через объектив левого и правого глаза робота, проходя ОФ левого и правого глаза робота проецируются на светочувствительную поверхность левого МФП_л и правого МФП_п. На выходе МФП образуется сигнал изображения. Термин световой поток относится только к ВИ области спектра, а лучистый поток ко всем областям оптического спектра (УФ, ВИ и ИК области спектра).

В зависимости от спектральных характеристик (СХ) ОФ и СХ преобразователей «лучистый поток (свет)–сигнал» (МФП) регистрация лучистого (светового) потока может осуществляться в тех или иных спектральных участках (зонах) оптического спектра, включающих ВИ и ИК области спектра, например, как показано ранее, на рисунке 2 – это зоны регистрации $\Delta\lambda_1$ и $\Delta\lambda_2$.

Сформированные сигналы изображений в оптико-электронных каналах каждого «глаза» робота в дальнейшем усиливаются и затем поступают в блоки цифровой обработки сигналов и решающее устройство (на схеме не показано).

В общем случае, число формируемых видеосигналов по левому «глазу» робота будет определяться используемой ТВ камерой, которая может быть черно-белой (один сигнал) или цветной (три сигнала– *RGB*).

Для обеспечения повышения достоверности обнаружения и различения объектов, регистрация лучистого (светового) потока для правого «глаза» может осуществляться в других зонах спектрального участка по сравнению с левым «глазом».

Для реализации этого, входной лучистый (световой) поток для оптико-электронного канала правого «глаза» робота пропускают через тракт с изменяющейся СХ, которая охватывает определенную зону в широком спектральном участке от λ_1 до λ_i , а затем осуществляют преобразование лучистого (светового) потока в сигналы изображения и проводят их дальнейшую обработку. То есть, в данной схеме, СХ оптико-электронного тракта правого глаза изменяется (механическим или электронным путем) для повышения различимости наблюдаемых объектов.

СХ оптико-электронного канала правого «глаза» многофункционального робота изменяется в зависимости от наблюдаемых классов и их сочетаний в поле технического зрения.

Может также ставится задача обнаружения и селекции заданных объектов для анализа и распознавания оптических изображений с использованием робототехнических комплексов и аппаратов.

При этом для правого «глаза» можно последовательно использовать ОФ фильтры со СХ для работы в отдельных зонах ВИ области спектра. Далее, наблюдение объектов в ночное время суток, можно осуществлять путем регистрации лучистого потока правым «глазом» робота в тепловой части ИК области спектра и т.д.

Заключение

Рассмотренный принцип построения систем технического зрения для робототехнических комплексов и аппаратов является мощным средством для обнаружения, различения и распознавания большого числа объектов естественного и искусственного происхождения.

Это достигается за счет использования в правом «глазе» робота принципа регистрации лучистого (светового) потока в разных спектральных участках (зонах) по сравнению с использованием в каждом «глазе» робота фиксированных участков (зон) регистрации, например, когда используются одинаковые черно-белые или цветные ТВ камеры для каждого «глаза» робота.

При этом для правого «глаза» робота выбираются определенные зоны регистрации, внутри широкого спектрального интервала длин волн от λ_1 до λ_n , фактически осуществляя регистрацию необходимого отраженного лучистого потока в ВИ (0,38–0,76 мкм) и ближней ИК области спектра (0,78–2,5 мкм) или излученного лучистого потока от объектов в тепловой ИК области спектра (3–5 мкм и 8–12 мкм).

Предпочтение отдается спектрозональным системам с использованием дифференциального, интегрального и интегрально-дифференциального методов регистрации лучистого потока [5] правым «глазом» робота.

Библиографический список

1. Гридин В.Н., Титов В.С., Труфанов М.И. Адаптивные системы технического зрения. Центр инфор. технологий и проектирования РАН.– М.: Наука, 2009. –441 с.
2. Сагдуллаев Ю.С., Ковин С.Д., Сагдуллаев Т.Ю., Смирнов А.И. Информационно-измерительные системы телевидения. М.: «Спутник +», 2013. – 199 с.

3. Тарасов В.В., Якушенков Ю.Г. Инфракрасные системы «смотрящего» типа.– М.:Логос, 2004.–444 с.
4. http://www.proximaspr.ru/teplovizionnoe_videonablyudenie.html
5. Сагдуллаев Ю.С., Ковин С. Д. Восприятие и анализ разноспектральных изображений. М.: «Спутник +», 2016. – 251 с.

Сведения об авторах

Сагдуллаев Юрий Сагдуллаевич, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник ЗАО «Московский научно-исследовательский телевизионный институт». Email: sagdul@mniiti.ru.

УДК 378.14

Хроматов В.Е., Бесова М.И., Попов Л.Г., Бесова А.В. ИСТОРИКО-БИОГРАФИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ УЧЕНЫХ ПРИ ИЗЛОЖЕНИИ КУРСОВ ФИЗИКИ, МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

Рассматриваются вопросы объединения историко-биографических сведений об ученых-основоположниках изучаемых научно-технических дисциплин с содержательной частью курса, включения этих сведений в экзаменационные билеты курсов механики твердого тела в Национальном Исследовательском Университете «Московском энергетическом институте» (НИУ «МЭИ»).

Ключевые слова: историко-биографические сведения, фундаментальные дисциплины, основоположники науки и техники, междисциплинарное обучение.

Khromatov V.E., Besova M.I., Popov L.G., Besova A.V. HISTORICAL AND BIOGRAPHICAL INFORMATION ABOUT THE SCIENTISTS IN THE EDUCATIONAL COURSES OF PHYSICS, MATHEMATICS AND MECHANICS

In this article the authors investigate the integration problems of historical and biographical information about the founding figures in the studied scientific and technical disciplines along with the comprehensive part of the course and this article also presents the peculiarities of this data's integration into the examination questions of the discipline 'Solid body mechanics' in National Research University 'Moscow Power Engineering Institute'

© Хроматов В.Е., Бесова М.И., Попов Л.Г., Бесова А.В., 2018

Keywords: Historical and biographical information, fundamental disciplines, founders in science and engineering, interdisciplinary education

Современная концепция развития высшего профессионального образования предусматривает переход на двухуровневую систему образования, при которой первый этап базового высшего образования предусматривает 4-летний цикл обучения с присвоением квалификации бакалавра. В связи с этим встает непростая проблема совмещения фундаментальности, присущей отечественному образованию, и сокращения сроков обучения. Недопустимо сокращение объема фундаментальных общеобразовательных дисциплин – математики, физики, инженерной графики и основополагающих инженерных дисциплин – теоретической механики, сопротивления материалов, основ конструирования машин. Беспокоит также и наметившаяся тенденция сокращения гуманитарного цикла дисциплин в технических вузах. Опыт преподавания дисциплин механики твердого тела (МТТ) на кафедре Динамики и прочности машин (ДПМ) в Московском энергетическом институте (НИУ «МЭИ») показал, что включение в читаемые курсы исторических сведений о научной деятельности и жизни основоположников общеобразовательных и научных дисциплин, изучаемых студентами, в значительной степени повышает интерес к обучению [2, 8, 9, 15-19]. На кафедре ДПМ в МЭИ были изданы учебные пособия [8, 16], в которых наряду с теоретическими и практическими вопросами курса МТТ изложены научные и биографические сведения об ученых-классиках, основателях МТТ, российской школе механиков, об основоположниках и выдающихся преподавателях научной школы кафедры ДПМ (ранее – кафедры Сопротивления материалов). Историко-биографические вопросы включаются в экзаменационные программы и билеты. Студенты при подготовке к экзамену изучают этот материал самостоятельно по предложенной литературе [1, 2, 5–8, 12-16]. Но в основном они распечатывают из Интернета сведения об ученых, которыми им разрешается пользоваться непосредственно на экзамене.

На наш взгляд, в учебных пособиях, издаваемых в ВУЗах, включение в них сведений о научных школах специализирующих кафедр ВУЗа способствует воспитанию патриотизма и приобщению молодежи к науке [9, 15-19]. Наши коллеги с кафедры высшей

математики НИУ «МЭИ» развивают традицию включения в учебные пособия очерков о научной и педагогической деятельности преподавателей - своих коллег, наших современников. Так в учебном пособии [3] помещены очерки о научной и преподавательской деятельности выдающихся преподавателей МЭИ и ученых-математиков, фронтовиков и участников ВОВ 1941-1945 годов Киселеве Александре Ивановиче и Краснове Михаиле Леонтьевиче. Ранее эти очерки были опубликованы в газете МЭИ «Энергетик», что позволило более широкой аудитории читателей познакомиться с их фронтовым и преподавательским подвигом. Их труд «Вся высшая математика» (в шести томах) является лауреатом конкурса по созданию новых учебников, проводимого Министерством образования СССР в середине прошлого века. В учебном пособии [4] помещен очерк о доценте Леониде Антоновиче Кузнецове, который прививал студентам 1-го курса любовь к высшей математике через изучение ими биографий и научной деятельности выдающихся математиков, чьи имена упоминаются в курсах - Коши, Гаусс, Лейбниц, Эйлер, братья Бернулли. Также важны междисциплинарные аналогии и взаимосвязь основополагающих законов физики, механики, математики. Фундаментальный закон механики твердого тела - закон Гука, изучаемый еще в средней школе, для случая линейного напряженного состояния деформируемого тела формулируется следующим образом: напряжение прямо пропорционально вызываемой деформации:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (1)$$

Закон Ома для однородного участка электрической цепи имеет аналогичную формулировку: напряжение на таком участке цепи прямо пропорционально проходящему на нем току:

$$U = I \cdot R \quad (2)$$

Математические записи данных двух формул очень схожи, однако природа явлений и размерность физических величин разная. Вопросы размерностей физических величин здесь также заслуживают внимания и могут служить предметом обсуждения и изучения - модуль Юнга, коэффициент Пуассона, Вольт, Ампер, Ом, Тесла, Герц и т.д. Одна из задач расчетов на прочность токоведущих шин в курсе сопротивления материалов посвящена определению допускаемого значения силы тока, проходящего по шинам. Сила взаимодействия между ними определяется по формуле Ампера. Вопросы приоритета открытий законов и явлений природы также

вызывают интерес у учащейся молодежи, о чем нельзя забывать при их изложении. Общеизвестную формулу для определения упругих перемещений в стержневых системах в большинстве учебников по сопротивлению материалов называют формулой Мора. На самом деле немецкий инженер Отто Мор дал обобщение для сложных видов деформаций стержней ранее полученной формулы Джемса Максвелла. Соответствующий интеграл в учебных пособиях МЭИ [8, 16] называется формулой Максвелла – Мора. Его вычисление производится численным методом Симпсона, чья биография также заслуживает внимания. Закон Кулона о взаимодействии электрических зарядов определяет величину этой силы и является экспериментально установленным. При выводе формулы для этой силы Шарль Кулон попутно решил задачу определения касательных напряжений в поперечном сечении проволоки, на которой были закреплены заряженные шарики. Величину силы взаимодействия между зарядами следует записывать согласно третьему закону Ньютона, простейшая формулировка которого может быть изложена так: всякое действие вызывает равное противодействие. Можно провести аналогии между третьим законом Ньютона и известной Христианской заповедью: *«И как хотите, чтобы с Вами поступали люди, так и Вы поступайте с ними»*. Философские проблемы естествознания и физики можно развивать и дальше, что, к примеру, было опубликовано в статье «О третьем законе Ньютона» в многотиражной газете «Энергетик» НИУ «МЭИ» №5(3359) , 2014 года.

Предложения о включении в курсы естественных и технических дисциплин историко-биографических сведений об ученых-основоположниках научных направлений были доложены на XVI Международной научно-технической конференции «Машиностроение и техносфера XXI века» в г. Севастополе [17], на Международных симпозиумах («Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова [14], проводимом Московским авиационным институтом, на XI Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики в г. Казани [18] и были одобрены участниками конференций.

Наши коллеги в НИУ «МЭИ» В.С. Охотин и Т.А. Алексеев придерживаются того же мнения: *«Выпускник вуза, изучивший все необходимые науки, получивший звание инженера, бакалавра или*

магистра и не знающий основные вехи истории этой науки, - это нонсенс» [9]. Неподдельный интерес вызывают у студентов и сообщения им на лекциях и упражнениях о проводимых научных конференциях, в том числе и информация о конференциях, посвященных юбилейным датам выдающихся ученых механиков и преподавателей нашего времени – В.З. Власова, А.С. Вольмира, А.Г. Горшкова [14], Ю.Н. Работнова [6]; памятных дат основателей научных школ и специальностей в МЭИ – В.В. Болотина [13, 20], М.Е. Дейча, Ю.Г. Мартыненко, И.В. Новожилова, И.А. Одингга, А.В. Щегляева [21]. В октябре, ноябре 2017 года в МГТУ им. Н.Э. Баумана состоялись конференции, посвященные научной деятельности и жизни русских и советских ученых Н.Е. Жуковского, В.Л. Бидермана, Н.Н. Малинина, С.Д. Пономарева, В.А. Светлицкого, В.И. Феодосьева, чья жизнь и научная деятельность могут служить примером преданности и увлеченности наукой [19]. В расписание учебных занятий студентов 1-го курса НИУ «МЭИ» включены посещения музея истории МЭИ, которые также имеют огромное историко-познавательное и воспитательное значение в формировании мировоззрения будущих инженеров и творческой интеллигенции нашего общества. Выставки научных работ и достижений выдающихся ученых ВУЗов в библиотеках также повышают авторитет научной школы университетов и способствуют развитию культуры учащейся молодежи. Так например в библиотеке НИУ «МЭИ» были организованы выставки, посвященные 90-летию и 95-летию со дня рождения академика А.Д. Сахарова, который начинал свою преподавательскую работу в МЭИ [11], а фрагменты его воспоминаний об этом периоде работы были опубликованы в [22]. Многотиражные газеты ВУЗов имеют широкие возможности популяризации научных знаний и научных школ выпускающих кафедр, охотно читаются студентами и сотрудниками университетов, представляются в интернет-пространстве СМИ. На страницах газеты Энергетик НИУ «МЭИ» регулярно освещается научная деятельность выдающихся ученых и основоположников научных школ [20 -22], которые затем публикуются и в научных изданиях [7, 10, 13].

По мнению великого русского писателя Л.Н. Толстого, *«И воспитание, и образование неразделимы. Нельзя воспитывать, не передавая знания, всякое же знание действует воспитательно»*. Можно развить эту мысль Л.Н. Толстого и таким образом: если преподаватель не любит своих учеников, студентов, учащиеся

никогда не полюбят преподаваемый им предмет, изучаемую науку. А что еще хуже, негативное отношение к учащемуся может вызвать и отвращение к учебе вообще. Еще можно и нужно восполнять пробелы в знаниях и воспитании, потому что в возрасте 18-22 лет происходит активное развитие логического мышления и интеллектуальных способностей. Именно живое общение с увлеченным своим делом и предметом преподавателем привлекает учащуюся молодежь к накоплению и усвоению знаний. Как говорят наши коллеги–физики в НИУ «МЭИ»: *«Физике нельзя научить по книгам. Необходимо ОБЩЕНИЕ с учеными и преподавателями, которые владеют физикой и несут в себе дух этого предмета. Огонь нельзя зажечь от фотографии. Нужен живой огонь»*. А вечный огонь просвещения и истории становления, развития науки и общества, отечественной и мировой культуры должен присутствовать во всех науках и предметах. Роль преподавателя и его живое общение со студентами здесь неоценимы.

Библиографический список

1. Боголюбов А.Н. Математики. Механики. Биографический справочник. - Киев.: Наукова думка, 1983. -683 с.
2. Воронцов А.Л. Основатели механики деформируемого твердого тела// Инженерный журнал. Справочник. Приложение. - 2006. - №8. - 30 с.
3. Крупин В.Г., Павлов А.Л., Попов Л.Г. Высшая математика. Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление. Сборник задач с решениями: учебное пособие. –М.: Издательский дом МЭИ, 2012. -304 с.
4. Крупин В.Г., Павлов А.Л., Попов Л.Г. Высшая математика. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Векторный анализ Сборник задач с решениями. – М.: Издательский дом МЭИ, 2016. -316 с.
5. Малинин Н.Н. Кто есть кто в сопротивлении материалов. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 246 с.
6. Мурзаханов Г.Х., Хроматов В.Е., Шугорев В.Н. Научное и учебное наследие Ю.Н. Работнова в МЭИ. / Материалы конференции «Наследственная механика деформирования и разрушения твердых тел - научное наследие Ю.Н. Работнова». 24-26 февраля 2014 г. М.: Изд- во ИМАШ РАН. 2014. С. 73 – 74.
7. МЭИ: история, люди, годы: сборник воспоминаний. В 3 томах под общ. ред. С.В.Серебрянникова. - М.: Издательский дом МЭИ, 2010. (Серия «Выдающиеся деятели МЭИ»).
8. Окопный Ю.А., Радин В.П., Хроматов В.Е., Чирков В.П. Механика материалов и конструкций. Основные формулы. Контрольные вопросы и

задачи. Основоположники механики: учебное пособие – М.: Издательский дом МЭИ. -2008. – 276 с.

9. Охотин В.С., Алексеев Т.А. Использование информации о классиках термодинамики в учебных дисциплинах энергетического профиля. // Вестник МЭИ. - 2009. - №3. - С. 105 – 114.

10. Попов Л.Г. Станислав Иванович Похожаев// Вестник МЭИ. - 2015. - № 4. - С. 92-97.

11. Сахаров А.Д. Воспоминания. Полное издание в одном томе. – М.: Издательство АЛЬФА-КНИГА. - 2011. - 1277 с.

12. Тимошенко С.П. История науки о сопротивлении материалов с краткими сведениями из теории упругости и теории сооружений. –М.: Гостехиздат, 1957 (1-е изд.); М.: Книжный дом «Либроком». - 2009 (3-е изд.)

13. Хроматов В.Е. Научная школа академика В.В. Болотина в МЭИ // Вестник МЭИ. - 2016. - № 1. - С. 84-89.

14. Хроматов В.Е. Он вчера не вернулся из боя. К 75 летию А.Г. Горшкова// Материалы XXII междунар. симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Вятичи, 15-19 февраля 2016 г., - М.: Изд-во МАИ. 2016. - Т. 1. - С. 8 – 12.

15. Хроматов В.Е., Самогин Ю.Н., Новикова О.В. Структурно-логические схемы и историко-биографические сведения при изложении курсов механики твердого тела. // Вестник МЭИ. - 2010. - №2. - С.179-185.

16. Хроматов В.Е., Новикова О.В. Лекции по сопротивлению материалов в структурно-логических схемах: учебное пособие – М.: Издательский дом МЭИ, 2017. – 260 с.

17. Хроматов В.Е., Самогин Ю.Н., Новикова О.В., Хажинский Г.М. Историко-биографические сведения в курсе сопротивления материалов об ученых-основоположниках механики твердого тела.// Труды XVI Международной конференции «Машиностроение и техносфера XXI века».14-19 сентября, 2009, Донецкий госуниверситет. техн. ун-т. 2009. Т.3. г. Севастополь. - С. 221–226.

18. Хроматов В.Е., Серков С.А., Новикова О.В., Сбытова Е.С. Гуманитарная составляющая и структурно логические схемы при изложении курсов прикладной механики //XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Казань, 20-24 августа 2015 г. - Казань: Издательство Академии наук РТ, 2015. С.4008-4010.

19. Хроматов В.Е., Бесова А.В., Новикова О.В. Соотношения образовательной, гуманитарной и воспитательной компонент при изучении дисциплин прикладной механики в НИУ «МЭИ»// Международная научная конференция «Фундаментальные и прикладные задачи механики».Москва, 24-27 октября 2017 г. Тезисы докладов, - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана. - С. 46-47.

20. Хроматов В.Е., Щугорев В.Н. Из жизни семьи Болотиных// Газета НИУ «МЭИ» Энергетик. - № 2(3376). – 2016. - С. 4-5.

21. Хроматов В.Е. Династии преподавателей. Из жизни семьи Щегляевых // Газета НИУ «МЭИ» Энергетик. - № 10(3394), - 2017. - С. 6-8.

22. Хроматов В.Е., Шайхутдинова М.В. Андрей Дмитриевич Сахаров - сын учителя, внук адвоката, правнук священника// Газета НИУ «МЭИ» Энергетик. - № 6(3402). - 2018. - С. 6-8.

Сведения об авторах

Хроматов В.Е., кандидат технических наук, профессор кафедры Робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ». KhromatovVY@mpei.ru.

Бесова Маргарита Ильинична, аспирант кафедры Высшей математики НИУ «МЭИ». besova.margarita@yandex.ru.

Попов Леонид Глебович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры Высшей математики, PopovLG@mpei.ru.

Бесова Анастасия Вячеславовна, старший преподаватель кафедры Робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин НИУ «МЭИ». BesovaAV@mpei.ru.

УДК 535

Ягафарова З.А., Сaitкулов Д.З., Исмагилов А.Р.

КОРПУСКУЛЯРНАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА

В статье рассмотрена история оптических исследований Исаака Ньютона. Описаны эксперименты ученого по изучению свойств света.

Ключевые слова: геометрическая оптика, преломление и отражение света, корпускулярная теория.

Yagafarova Z.A., Saitkulov D.Z., Ismagilov A.R.

CORPUSCULAR THEORY OF LIGHT

The article deals with the history of optical studies of Isaac Newton. The experiments of the scientist on the study of the properties of light are described.

Key words: geometric optics, refraction and reflection of light, corpuscular theory.

Исаак Ньютон по праву считается основоположником классической механики, кроме того он внес большой вклад в основу современного понимания света. В начале научных изысканий интересы ученого лежали в области экспериментальной оптики, где он проявил особый изобретательский дар и технические способности. В 1669 г. Ньютон был приглашен в Кембриджский университет на кафедру математики, где он начал читать оптику. Возникновение интереса к оптике у молодого ученого можно отнести к 1664 г., когда он приобрел призму для проведения своих знаменитых опытов «над явлением цветов». Ньютон обнаружил, что свет по выходе из призмы становится удлинённым и окрашенным (спектром), он обратил внимание на то, что длина спектра оказалась примерно в 5 раз больше его ширины. «Диспропорция была так необычайна, что возбудила во мне более чем простое любопытство узнать, отчего это происходит», так пишет об этом он в своем мемуаре «Новая теория света и цветов». Далее он проводит целую серию опытов, в результате которых приходит к выводу, что солнечный свет представляет смесь различных лучей, отличающихся друг от друга по преломляющей способности. Эта разница в преломляющей способности связана с различной цветностью лучей. Открыв зависимость показателя преломления от цветности, Ньютон объяснил тем самым и дисперсию света в призме. Ученый демонстрирует дисперсию света на опыте со скрещенными призмами и приходит к фундаментальному выводу, что свет состоит из лучей различной преломляемости и дисперсия обусловлена различной преломляемостью этих лучей.

Ньютон ставит далее задачу выделения монохроматического пучка с целью исследования его свойств, осуществляя первый монохроматор. Он устанавливает, что разрешающая способность спектроскопа повышается как от увеличения преломляющего угла призмы, так и от уменьшения размеров источника света (щель). Необходимо отметить, что в спектральной установке Ньютона применены принципы коллиматорного устройства, используемые до сих пор в спектроскопии. Важнейшим результатом оптических исследований Ньютона является установление им принципов и методов спектроскопии, этого столь мощного отдела современной физики. Когда современный физик в учебной, заводской или научной лаборатории производит установку призматического спектроскопа, он повторяет те же манипуляции, которые впервые были проделаны

Ньютоном. Он будет так же устанавливать призму на угол наименьшего отклонения, регулировать и фокусировать щель коллиматора, как это делал Ньютон. Ньютоном также была создана и первая дифракционная спектральная установка и были предприняты первые промеры длин волн интерференционным методом.

Получив монохроматический пучок, Ньютон тщательно исследует его свойства. Он находит, что его показатель преломления для данной поверхности падения остаётся неизменным и, следовательно, преломление монохроматического пучка происходит без дисперсии. Точно так же остаётся неизменной и отражательная способность пучка. Цветность пучка при отражениях и преломлениях не меняется. Ньютон помещает на границе с тенью различные цвета спектра и приходит к выводу: «Всякий однородный свет имеет собственную окраску, отвечающую степени его преломляемости, и такая окраска не может изменяться при отражениях и преломлениях».

Современная физика внесла поправку в этот постулат Ньютона. Длина волны света меняется при отражении от движущихся зеркал, меняется при рассеянии рентгеновских лучей (эффект Комптона), при комбинационном рассеянии (эффект Рамана, Ландсберга и Мандельштама).

Несомненно, что Ньютону была ясна сложность свойств света, которые было затруднительно объяснить с помощью как одной волновой, так и корпускулярной гипотезы. Однако он все более и более склонялся на сторону последней. Может быть, этим предпочтением корпускулярной гипотезе можно объяснить существенные ошибки и пробелы ньютоновской «Оптики».

Так, Ньютон, считая преломляемость изначальным качеством светового луча, игнорировал роль вещества и считал дисперсию лучей одинаковой для всех веществ. Отсюда он делал ошибочный вывод о невозможности устранения хроматической аберрации. Радикальное улучшение оптической аппаратуры могло быть достигнуто, по мнению Ньютона; переходом от рефракторов к рефлекторам, и он сам сконструировал такой рефлектор в 1668 г., а затем второй - в 1671 г. Из доктрины Ньютона вытекали его воззрения на цветность тел. Цвета тел обусловлены их способностью отражать одни лучи сильнее, чем другие. Изучая вопрос о цветности тел, Ньютон не мог не обратиться к исследованию и анализу явлений, наблюдаемых в тонких плёнках. Желая изучить найденную ещё Гуком связь между окраской плёнки и её толщиной, Ньютон

придумывает то замечательное расположение линз, которое ныне известно под именем установки для получения ньютоновых колец. Он установил, что получаемые кольца были видны как в проходящем, так и в отражённом свете, но порядок чередования цветов в обеих картинах был обратный. Им была установлена зависимость радиуса кольца от толщины слоя и наклона падающих лучей. Он установил, что квадраты диаметров колец возрастают в арифметической прогрессии нечётных или чётных чисел. Изучая чередование колец, Ньютон открывает периодичность света и, по существу, измеряет впервые длину волны, являющуюся основной характеристикой этой периодичности. Измерения Ньютона были произведены с изумительной по тому времени точностью. Отмечаются только значительные расхождения в оранжево-красной части спектра, что вполне понятно при отсутствии достаточно надёжных ориентиров в спектре, особенно в крайних его частях.

Открытие периодичности света Ньютоном расценивалось им как фундаментальное обстоятельство. Ньютон понимал необходимость истолкования найденных фактов и дал оригинальную теорию «приступов», по которой частицы светового луча обладают некоторой внутренней периодичностью, так что у них сменяется периодическая фаза лёгкого прохождения фазой лёгкого отражения, и наоборот. Если частица падает на отражающую поверхность в первой фазе, она будет пропущена ею, в противоположном же случае она будет ею отброшена.

Ньютон усматривал в волновой теории света непреодолимые трудности. Но он хорошо представлял природу волнового движения, и открытый им факт периодичности света вызвал в его уме образ волнового движения, направляющего движение световых корпускул. Так Ньютон впервые вводит в оптику дуалистическую теорию волн-корпускул. Без этой теории ему трудно были бы объяснить, почему одни и те же световые частицы, падая на граничную поверхность, частью отражаются ею, частью пропускаются. Таким образом, Ньютон всё более и более убеждался в сложности световых корпускул и приходил к выводу о необходимости приписывать световым лучам ряд изначальных свойств: цветность, периодичность, поляризацию.

В последней части мемуара «Оптика» Ньютон описывает дифракционные явления: тень от волоса, явления у края экрана, дифракцию от щели, образованной двумя лезвиями острых ножей,

дифракцию от клина. Эти опыты приводят его к выводу, что световые частицы способны взаимодействовать с частицами тел и отклоняться при прохождении около краёв этих тел. В «Оптике» Ньютон обсуждает различные гипотезы света. Описывая явление двойного лучепреломления и открытую Гюйгенсом поляризацию, Ньютон приходит к выводу о наличии в световом луче полярных свойств: «Каждый луч света имеет две противоположные стороны, изначально наделённые свойством, от которого зависит не обыкновенное преломление, и две другие стороны, этим свойством не наделённые». Это последнее свойство лучей особенно укрепляет Ньютона в убеждении, что свет представляет корпускулы.

Библиографический список

1. Марио Льюцци История физики. – М.: Изд-во Мир, 1970. – 465 с.
2. Кудрявцев П.С. Курс истории физики. – М.: Изд-во Просвещение, 1982. – 448 с.

Сведения об авторах

Ягафарова Зульфия Абдулхаевна, кандидат физико-математических наук, доцент СФ БашГУ. Email: Zulfiya_Abdul@mail.ru

Сайткулов Данил Забирович, учащийся БЛИ № 3, г. Стерлитамак

Исмагилов Алмаз Рамазанович, учащийся гимназии № 2, г. Стерлитамак

УДК 535

Ягафарова З.А., Ягафаров С.Р. ВОЛНОВАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА ГЮЙГЕНСА

В статье рассмотрены основы механической волновой теории света, предложенной Христианом Гюйгенсом.

Ключевые слова: оптика, свет, волновая теория света.

Yagafarova Z.A., Yagafarov S.R. THE WAVE THEORY OF LIGHT CHRISTIAN HUYGENS

The foundations of the mechanical wave theory of light, proposed by Christian Huygens, are considered in the article.

Key words: optics, light, wave theory of light.

Исследователями, которые сыграли центральную роль в истории теории света, были Христиан Гюйгенс, Роберт Гук и Исаак Ньютон. Все они сделали замечательные вклады в различные области физики и установили основу современного понимания света, хотя и предлагали противоречащие теории. Одна была основана на волновых представлениях, в то время как другая рассматривала свет, состоящим из малых частиц. Эти две теории, которые казались непримиримыми и вызывали яростные дискуссии среди их сторонников, в то же время взаимно дополняли друг друга.

В 1678 г. появились первые фундаментальные работы И. Ньютона по оптике, вошедшие впоследствии в мемуары «Оптика» и ставшие основой корпускулярной теории света. Голландский физик и математик Христиан Гюйгенс, восхищаясь экспериментальной стороной работ Исаака Ньютона, не разделял теоретической интерпретации его научных изысканий. В 1690 г. он опубликовал в Лейдене свою знаменитую книгу «Трактат о свете», в которой, в противовес теории Ньютона, поддержал волновую теорию света. Гюйгенс соглашался с Гуком, что свет, по существу, является формой движений. Следовало решить, является ли это движением среды, или сравнимое с полетом стрелы, как это следует из корпускулярной теории. Гюйгенс решил, что первая альтернатива единственно правильная. Голландский ученый предполагал, что среда, в которой распространяется свет, должна пронизывать все вещества Вселенной и даже вакуум. Эту среду он назвал «эфиром». Соответственно, согласно Гюйгенсу, свет является возмущением этого эфира, состоящего из упругих колебаний, которые распространяются с большой скоростью в этой упругой и тонкой среде.

Гюйгенс принимал точку зрения Декарта, согласно которой, каждое явление можно представить как некоторый механический процесс. Был известен целый ряд примеров упругих колебаний: морские волны – волновое явление колебаний воды; звуковые волны – волновое явление в воздухе, звук скрипичной струны, получаемый благодаря ее колебаниям. Все эти волны являются упругими колебаниями некоторых сред. Принимая, что эфир – это среда, в которой распространяется свет, и что свет является волной, естественно было принять, что он и является упругими колебаниями этого эфира. Гюйгенс в своем трактате ввел знаменитый принцип, носящий его имя, с помощью которого распространение волн удобно было представить как движение волновых поверхностей. Как, зная

положение волновой поверхности в данный момент времени, определить её положение в следующий момент? Чтобы лучше понять идею Гюйгенса, рассмотрим такой пример. Если бросить в воду горсть камней, то от каждого камня пойдёт круговая волна с центром в точке падения камня. Эти круговые волны, накладываясь друг на друга, создадут общую волновую картину на поверхности воды. Важно то, что все круговые волны и порождённая ими волновая картина будут существовать и после того, как камни опустятся на дно. Стало быть, непосредственной причиной исходных круговых волн служат не сами камни, а локальные возмущения поверхности воды в тех местах, куда камни упали. Именно локальные возмущения сами по себе являются источниками расходящихся круговых волн и формирующейся волновой картины, и уже не столь важно, что конкретно послужило причиной каждого из этих возмущений – камень или какой-то иной объект. Для описания последующего волнового процесса важно только то, что в определённых точках поверхности воды возникли круговые волны. Ключевая идея Гюйгенса состояла в том, что локальные возмущения могут породиться не только посторонними объектами типа камня, но также и распространяющейся в пространстве волной. Принцип Гюйгенса гласит: «Каждая точка пространства, вовлечённая в волновой процесс, сама становится источником сферических волн».

Далее в трактате он дал физическое объяснение изменениям скорости света при его распространении из одной среды в другую, предположив, что прозрачные тела состоят из твердых частиц, которые, взаимодействуя с эфиром, изменяют его упругость. Согласно Гюйгенсу, свет представляет собой быстрое колебательное движение эфира. Эфир определялся, как особая среда, упругая и с необходимостью твердая, но которая столь тонка, что заполняет все пространство внутри и вне материальных тел.

Столетием позже, в 1864 г., британский физик Джеймс Клерк Максвелл открыл электромагнитную, а не упругую природу света и световых колебаний, обобщив это в знаменитых уравнениях, которые носят его имя и описывают различающиеся электрические и магнитные явления в общей форме и из которых можно предсказать существование света. Электромагнитные волны получаются за счет колебаний в пространстве и во времени электрических и магнитных полей.

Библиографический список

1. Кудрявцев П.С. Курс истории физики. – М.: Изд-во Просвещение, 1982. – 448 с.
2. Марио Льюцци История физики. – М.: Изд-во Мир, 1970. – 465 с.

Сведения об авторах

Ягафарова Зулфия Абдулхаевна, кандидат физико-математических наук, доцент СФ БашГУ. Email: Zulfiya_Abdul@mail.ru
Ягафаров Салават Рафилевич, учащийся БЛИ № 3, г. Стерлитамак

Секция «Математическая физика»

УДК 517.956

Асанова А.Т.

О ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ С ИМПУЛЬСНЫМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

В данной статье исследованы вопросы существования единственного решения периодической задачи с импульсными воздействиями для дифференциального уравнения в частных производных третьего порядка. Построены алгоритмы нахождения приближенных решений и установлены условия однозначной разрешимости рассматриваемой задачи в терминах исходных данных.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение в частных производных третьего порядка, периодическое условие, импульсное воздействие, разрешимость.

Assanova A.T.

ON THE PERIODIC PROBLEM WITH IMPULSE EFFECTS FOR THIRD ORDER PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION

In this paper we investigate the existence of a unique solution of the periodic problem with impulse effects for third-order partial differential equation. Algorithms for finding approximate solutions of considered problem are constructed and the conditions for the unique solvability of this problem are established in the terms of the initial data.

Keywords: third-order partial differential equation, periodic condition, impulse effect, solvability.

В прямоугольной области $\Omega = [0, T] \times [0, \omega]$ рассматривается периодическая задача для дифференциального уравнения в частных производных третьего порядка с импульсными воздействиями в фиксированные моменты времени

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial x^2} = A_1(t, x) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + A_2(t, x) \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + A_3(t, x) \frac{\partial u}{\partial x} + \\ + A_4(t, x) \frac{\partial u}{\partial t} + A_5(t, x) u + f(t, x), \quad t \neq t_i, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 u(0, x)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u(T, x)}{\partial x^2} + \varphi_0(x), \quad x \in [0, \omega], \quad (2)$$

$$B_i(x) u(t_i + 0, x) - C_i(x) u(t_i - 0, x) = \varphi_i(x), \quad i = \overline{1, m}, \quad x \in [0, \omega], \quad (3)$$

$$u(t, 0) = \psi_0(t), \quad t \in [0, T], \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial u(t, x)}{\partial x} \right|_{x=0} = \psi_1(t), \quad t \in [0, T], \quad (5)$$

где $u(t, x)$ - искомая функция, функции $A_i(t, x)$, $i = \overline{1, 5}$, и $f(t, x)$ непрерывны на Ω , функция $\varphi_0(x)$ непрерывна на $[0, \omega]$, функции $B_i(x)$, $C_i(x)$, $\varphi_i(x)$ дважды непрерывно дифференцируемы на $[0, \omega]$, $i = \overline{1, m}$, $0 = t_0 < t_1 < t_2 \dots < t_m < T$, n -вектор-функции $\psi_0(t)$ и $\psi_1(t)$ непрерывно дифференцируемы на $[0, T]$.

Решением задачи (1)-(5) будем называть кусочно-непрерывную на Ω функцию $u(t, x)$, имеющую кусочно-непрерывные на Ω

частные производные $\frac{\partial u(t, x)}{\partial x}$, $\frac{\partial u(t, x)}{\partial t}$, $\frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial t \partial x}$,

$\frac{\partial^3 u(t, x)}{\partial t \partial x^2}$, удовлетворяющую уравнению (1) при всех $(t, x) \in \Omega$,

кроме линий $t = t_i$, $i = \overline{1, m}$, периодическому условию (2), условиям импульсного воздействия в фиксированные моменты времени (3), крайвым условиям (4), (5).

В теории колебаний особое место занимают периодические задачи с импульсными воздействиями, возникающие в электротехнических и радиотехнических процессах [1, 7-9, 12-14]. Периодические решения обыкновенных дифференциальных

уравнений с импульсными воздействиями всесторонне исследованы, обзор и библиографию можно посмотреть в [10]. Периодические решения дифференциальных уравнений в частных производных высокого порядка с импульсными воздействиями начали изучаться с недавнего времени. В работе [11] рассматривалась периодическая краевая задача для системы гиперболических уравнений с импульсным воздействием и были получены достаточные условия существования единственного периодического решения численно-аналитическим методом. В работах [2-4] нелокальные задачи с импульсными воздействиями в фиксированные моменты времени для системы гиперболических уравнений второго порядка исследовались методом введения функциональных параметров. Установлены коэффициентные условия корректной разрешимости исследуемой задачи и предложены алгоритмы нахождения ее решения. Указанный метод и результаты в работах [5, 6] распространены на нелокальные и периодические задачи с импульсными воздействиями для системы нагруженных гиперболических уравнений.

В настоящей статье метод введения функциональных параметров применяется к исследованию периодической задачи с импульсными воздействиями для дифференциального уравнения в частных производных третьего порядка с двумя независимыми переменными (1)-(5).

Вводится новая неизвестная функция $v(t, x) = \frac{\partial u(t, x)}{\partial x}$.

Исследуемая задача (1)-(5) редуцируется к следующей эквивалентной задаче

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} = A_1(t, x) \frac{\partial v}{\partial x} + A_2(t, x) \frac{\partial v}{\partial t} + A_3(t, x)v + \\ + A_3(t, x) \frac{\partial u}{\partial t} + A_5(t, x)u + f(t, x), t \neq t_i, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\frac{\partial v(0, x)}{\partial x} = \frac{\partial v(T, x)}{\partial x} + \varphi_0(x), x \in [0, \omega], \quad (7)$$

$$\begin{aligned} B_i(x)v(t_i + 0, x) - C_i(x)v(t_i - 0, x) + \\ + \dot{B}_i(x)u(t_i + 0, x) - \dot{C}_i(x)u(t_i - 0, x) = \dot{\varphi}_i(x), i = \overline{1, m}, \\ x \in [0, \omega], \end{aligned} \quad (8)$$

$$v(t, 0) = \psi_1(t), t \in [0, T], \quad (9)$$

$$u(t, x) = \psi_0(t) + \int_0^x v(t, \xi) d\xi, \quad (t, x) \in \Omega, \quad t \neq t_i. \quad (10)$$

Задача (6)—(10) состоит из периодической задачи для гиперболического уравнения второго порядка с импульсными воздействиями (6)—(9) и интегрального соотношения (10). Предложены алгоритмы нахождения решений задачи (6)—(10) и доказана их сходимости. Получены условия существования единственного решения задачи (6)—(10) в терминах коэффициентов уравнения (1) и функций импульсного воздействия (3).

При этом использованы результаты работ [10-12].

Построены алгоритмы нахождения решений периодической задачи с импульсными воздействиями для дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка (1)—(5). Алгоритм основан на итерационном процессе и его каждый шаг состоит из двух пунктов: в первой части – решаются периодические задачи с импульсными воздействиями для гиперболического уравнения второго порядка (6)—(9) при фиксированных u , $\frac{\partial u}{\partial t}$; во второй части – из интегрального соотношения (10) определяются функция $u(t, x)$ и ее производная $\frac{\partial u(t, x)}{\partial t}$.

Установлены условия однозначной разрешимости периодической задачи с импульсными воздействиями для дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка (1) - (5) в терминах исходных данных.

Библиографический список

1. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: 1969. - 380 с.
2. Asanova A.T. On a nonlocal boundary-value problem for systems of impulsive hyperbolic equations // Ukrainian Mathematical Journal. - 2013. – Vol. 65. - No 3. – P. 349-365.
3. Asanova A.T. Well-posed solvability of a nonlocal boundary-value problem for systems of hyperbolic equations with impulse effects // Ukrainian Mathematical Journal. - 2015. – Vol. 67. - No 3. – P. 333-346.
4. Assanova A.T. On the solvability of nonlocal boundary value problem for the systems of impulsive hyperbolic equations with mixed derivatives // Journal of Discontinuity, Nonlinearity and Complexity. - 2016. –Vol. 5. - No 2. – P. 153-165.

5. Asanova A.T., Bakirova E.A., Kadirbaeva Z.M. About of an unique solvability of a nonlocal boundary value problem for the loaded systems of hyperbolic equations with impulse effects // Ukrainian Mathematical Journal. - 2018. - Vol. 69. - No 8. - P.1175-1195.

6. Assanova A.T., Kadirbayeva Z.M. Periodic problem for an impulsive system of the loaded hyperbolic equations // Electronic Journal of Differential Equations. - 2018. - Vol. 2018. - No. 72. - P.1-8.

7. Бабаков И.М. Теория колебаний. М.: Наука, 1968. - 560 с.

8. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974. - 502 с.

9. Мышкис А.Д., Самойленко А.М. Системы с толчками в заданные моменты времени // Математический сборник. -1967. - Т.74. - Вып.2. - С. 202-208.

10. Самойленко А.М., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием. -Киев: Вища школа, 1987. - 285 с.

11. Tkach A.B. Numerical-analytic method of finding periodic solutions for systems of partial differential equations with impulse influence // Nonlinear Oscillations. - 2001. -Vol. 4. -No 2. -P. 278-288.

12. Халанай А., Векслер Д. Качественная теория импульсных систем. - М.: Мир, 1971. - 309 с.

13. Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах. М.: Мир, 1968. - 432 с.

14. Цыпкин Я.З. Теория импульсных систем. М.: Физматгиз, 1963. - 456 с.

Сведения об авторах

Асанова Анар Турмаганбеткызы, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник отдела дифференциальных уравнений Института математики и математического моделирования МОН Республики Казахстан. Email: assanova@math.kz; anarasanova@list.ru

УДК 530.145+517(07)

Давыдов А.П., Злыднева Т.П.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КЛАССИЧЕСКОЙ И КВАНТОВОЙ ПЛОТНОСТЕЙ ВЕРОЯТНОСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ ФОТОНА ФЕМТОСЕКУНДНОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Моделируется волновая функция фотона в координатном представлении в виде волнового пакета с гауссовским распределением по импульсам для фемтосекундного лазерного излучения. Делается вывод, что для хорошо поляризованного излучения плотность вероятности обнаружения фотона

© Давыдов А.П., Злыднева Т.П., 2018

пропорциональна огибающей квадрата «напряженности электрического поля».

Ключевые слова: уравнение Шредингера, уравнения Максвелла, волновой пакет, бивектор, собственные функции, функция Грина.

Davydov A.P., Zlydneva T.P.

SIMULATION OF CLASSICAL AND QUANTUM PROBABILITY DENSITIES OF PHOTON DETECTION OF FEMTOSECOND LASER RADIATION

The photon wave function is simulated in coordinate representation in the form of wave packet with the Gaussian momentum distribution for the femtosecond laser radiation. It is concluded that, for a well-polarized radiation, the probability density of photon detection is proportional to the envelope of the square of the "electric field strength".

Keywords: Schrödinger equation, Maxwell equations, wave packet, bivector, eigenfunctions, Green's function.

В настоящее время в связи с появлением новых экспериментов (квантовые телепортация, криптография, вычисления и др.) вновь актуализируются и бурно развиваются метафизические интерпретации квантовых явлений. Существует мнение [13], что для квантовых объектов следует отказаться от классического реализма, но между квантовым реализмом и анти-реализмом продолжается конкуренция.

Хотя в квантовой теории поля вместо волновых функций используются амплитуды вероятности перехода, с метафизической точки зрения, тем не менее, на первом месте позиционирует волновая функция квантовых объектов. Однако для фотона волновая функция в координатном представлении была надолго «запрещена» в [12]. Ее запрет повествуют наиболее значимые учебники по квантовой теории (см., например, [1], с. 82; [3], с. 29). Очевидно, в настоящее время, даже «простейшее» экспериментальное оперирование с одиночными фотонами при их передаче на большие расстояния позволяет говорить об их «локализации», перемещаемой с соответствующей «групповой скоростью». По нашему мнению, точнее, было бы говорить о скорости перемещения той точки пространства, в которой наиболее вероятно можно обнаружить распространяющийся фотон в каждый момент времени. Распределение же вероятностей можно

получить с помощью волновой функции фотона в координатном представлении.

Первые результаты ее построения получены в 1994–1996 гг. Здесь мы будем опираться на работы [4–10] (см. в них ссылки).

Волновая функция фотона $\Psi(\mathbf{r}, t)$ в координатном представлении удовлетворяет уравнению типа Шредингера [4–6]

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \hat{H}_{\text{bv}} \Psi(\mathbf{r}, t), \quad \hat{H}_{\text{bv}} = c \begin{pmatrix} (\hat{\mathbf{s}} \hat{\mathbf{p}}) & 0 \\ 0 & -(\hat{\mathbf{s}} \hat{\mathbf{p}}) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

вытекающему из уравнений Максвелла в форме Майорана, где c – скорость света, $\hat{\mathbf{s}}$ – оператор спина фотона. Решение уравнения (1) можно записать [4–6] в виде суперпозиции обобщенных собственных функций операторов импульса $\hat{\mathbf{p}}$, Гамильтона \hat{H}_{bv} и спиральности $\hat{\Lambda}$ с собственными значениями $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$, $E = \hbar k c$ и $\lambda = \pm 1$:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \int b(\mathbf{k}, +1) \Psi_{\mathbf{k}, +1}(\mathbf{r}, t) d^3 \mathbf{k} + \int [b(-\mathbf{k}, -1)]^* \Psi_{\mathbf{k}, -1}(\mathbf{r}, t) d^3 \mathbf{k}, \quad (2)$$

$$\Psi_{\mathbf{k}, +1}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathbf{e}_{+1}(\mathbf{k})}{(2\pi)^{3/2}} \begin{pmatrix} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - kct)} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Psi_{\mathbf{k}, -1}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathbf{e}_{-1}(\mathbf{k})}{(2\pi)^{3/2}} \begin{pmatrix} 0 \\ e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - kct)} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $\mathbf{e}_\lambda(\mathbf{k}) = [\mathbf{e}_I(\mathbf{k}) + i\lambda \mathbf{e}_{II}(\mathbf{k})] / \sqrt{2}$ – комплексные векторы поляризации, $\mathbf{e}_I(\mathbf{k})$, $\mathbf{e}_{II}(\mathbf{k})$ – единичные вещественные векторы, образующие правую тройку с вектором $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$; $\mathbf{e}_I(\mathbf{n}) = \mathbf{e}_I(-\mathbf{n})$; $\mathbf{e}_{II} = [\mathbf{n} \times \mathbf{e}_I]$.

Решение (2) можно выразить через волновую функцию начального состояния $\Psi_0(\mathbf{r}) \equiv \Psi(\mathbf{r}, t=0)$ и функцию Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t)$:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \int G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) \Psi_0(\mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}'. \quad (4)$$

Можно показать, что функция Грина выражается интегралом

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \exp [i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - i k c t] d^3 \mathbf{k}, \quad (5)$$

из которого следует, что при $t=0$ функция Грина для фотона совпадает с функцией Дирака, аналогично другим функциям Грина

математической физики. Для корректного интегрирования в показатель экспоненты в (5) целесообразно добавить слагаемое $-k\varepsilon$ ($\varepsilon > 0$), полагая после интегрирования $\varepsilon \rightarrow 0$. Тогда получаем

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t, \varepsilon) = \frac{\pm i ct + \varepsilon}{\pi^2 [(ct \mp i\varepsilon)^2 - (\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2]^2}. \quad (6)$$

Интересной особенностью функции (6) является то, что при $\varepsilon = 0$ и $t = 0$ она, в отличие от (5), не переходит в функцию Дирака. Наоборот, (6) переходит в функцию Дирака, если при $\varepsilon \neq 0$ положить $t = 0$.

На основе квантовой механики фотона [4–6], в [6–10] рассмотрен волновой пакет вида (2) с гауссовским распределением по импульсам:

$$b(\mathbf{k}, +1) = [b(-\mathbf{k}, -1)]^* = \sqrt{\frac{\alpha^3}{2\pi\sqrt{\pi}}} \exp\left[-\frac{\alpha^2}{2}(k_x^2 + k_y^2 + (k_z - k_0)^2)\right], \quad (7)$$

где $\mathbf{k}_0 = (0, 0, k_0)$ и α удовлетворяют условию нормировки на единичную вероятность. Моделирование (7) отвечает состоянию фотона с нулевой средней спиральностью, соответствующей в классической электродинамике линейной поляризации. Единственной ненулевой электрической компонентой поля оказывается E_x , извлекаемая из (2), (7) процедурой, разработанной в [4–5], при соответствующем моделировании $\mathbf{e}_\lambda(\mathbf{k})$ (см. в [6–10]). На оси z , вдоль которой в среднем эволюционирует расплывающийся с течением времени данный волновой пакет, аналитически могут быть вычислены как плотность вероятности $\rho_P(\mathbf{r}, t) = [\Psi(\mathbf{r}, t)]^+ \Psi(\mathbf{r}, t)$, так и проекция E_x . Наименее из них громоздкое, явное выражение для E_x имеет следующий вид:

$$E_x = \text{Re} \left\{ \frac{\sqrt{\hbar c} \exp(S)}{4\pi^{3/4} \alpha^{3/2} \zeta^2} \left[-\frac{q\pi \exp(Q)}{(-q^2)^{1/4}} (2\zeta F_1 + qF_2) - \right. \right. \\ \left. \left. -(1-i)\sqrt{p} (2\zeta F_3 - pF_4) \exp(P) + 2(1-i)(ct)^{3/2} F_5 \exp(R) \right] \right\}, \quad (8)$$

где

$$\zeta = z - i\alpha^2 k_0, \quad p = ct + \zeta, \quad q = ct - \zeta,$$

$$P = -\frac{p^2}{4\alpha^2}, \quad Q = -\frac{q^2}{4\alpha^2}, \quad R = -\frac{c^2 t^2}{4\alpha^2}, \quad S = -\frac{\alpha^2 k_0^2}{2},$$

$$F_1 = (1+4Q)[I_{-1/4}(Q) + I_{1/4}(Q)] + 4Q[I_{-3/4}(Q) + I_{3/4}(Q)],$$

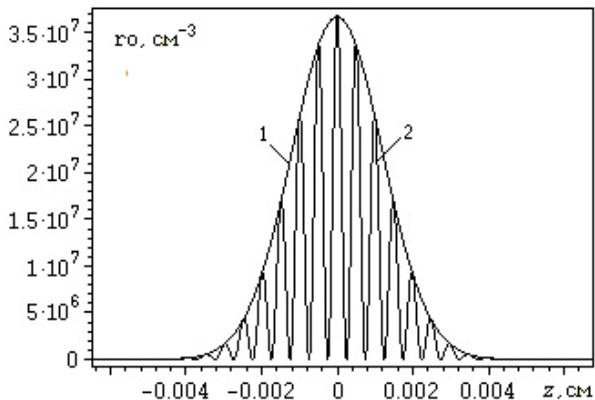
$$F_2 = I_{-1/4}(Q) + I_{1/4}(Q) + I_{-3/4}(Q) + I_{3/4}(Q),$$

$$F_3 = (1+4P)K_{1/4}(P) - 4PK_{3/4}(P),$$

$$F_4 = K_{3/4}(P) - K_{1/4}(P), \quad F_5 = K_{3/4}(R) - K_{1/4}(R),$$

I_ν и K_ν – функции Бесселя мнимого аргумента.

На рисунке линией 1, показана плотность вероятности (при $t=0$) для излучения лазера длительностью $\tau_{rad} = 80$ фс с центральной длиной волны $\lambda_0 = 10$ мкм, при которых $\alpha = 0,00169$ см [6–10] находится из соотношения $\Delta E \Delta t \approx \hbar/2$, где Δt полагается $\tau_{rad}/2$ [11], а ΔE вычисляется формулами квантовой механики фотона [4–6].



Также, линией 2 показана «классическая» плотность вероятности

$$\rho_{P, class}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \frac{E_x^2}{4\pi} \frac{1}{E}, \quad (8)$$

которую мы определили как половину отношения классической плотности энергии $w_{class} = (E_x^2 + H_y^2) / 8\pi$ к средней энергии \bar{E} фотона. Дополнительное деление на 2 учитывает, что в нашем случае не производится усреднение по периоду колебаний плотности энергии.

Таким образом, квантовомеханическая плотность вероятности является огибающей линией максимумов «классической» плотности.

Как показывают расчеты, в стоячей «однофотонной волне», рассмотренной в [2], для квантовой плотности вероятности не возникают пучности и узлы, в отличие от электрической и магнитной составляющих классического поля. Фотон в стоячей волне с равной вероятностью может быть обнаружен в любой момент времени в любой точке, где «волна» будет возбуждена. Понятие электромагнитного поля для единичного фотона неприменимо. Его волновая функция строится из математических (комплексных) компонент, не измеряемых в эксперименте, как и для частиц, имеющих массу. Вопрос о том, что физически отражает волновая функция квантового объекта, остается открытым. Для его решения, на наш взгляд, необходимы новые эксперименты, касающиеся свойств физического вакуума.

Библиографический список

1. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика. – М.: Наука, 1981. – 432 с.
2. Белинский А.В., Лапшин В.Б. Модель фотона: электромагнитное поле или концепция дальнего действия? // Метафизика, 2015. – № 1. – С. 37–49.
3. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. – 4-е изд., испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. – 720 с.
4. Давыдов А.П. Волновая функция фотона в координатном представлении // Вестник МаГУ: Периодический научный журнал. Вып. 5. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. ун-та, 2004. – С. 235–243.
5. Давыдов А.П. Волновая функция фотона в координатном представлении: монография. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2015. – 180 с.
6. Давыдов А.П., Злыднева Т.П. Однофотонный подход к моделированию короткоимпульсного лазерного излучения // Вестник науки и образования Севера-Запада России. 2015. – Т. 1. – № 4. – С. 97–111.
7. Davydov A., Zlydneva T. Modeling of short-pulse laser radiation in terms of photon wave function in coordinate representation // Instrumentation engineering, electronics and telecommunications – 2015: Paper book of the

International Forum IEET-2015. – P. 51–63. – Izhevsk: Publishing House of Kalashnikov ISTU, 2016. – 208 p. – 7 MB.

8. Davydov A.P., Zlydneva T.P. On the reduction of free photons speed in modeling of their propagation in space by the wave function in coordinate representation // 2016 13th Intern. scienc.-tech. conf. on APEIE. – Novosibirsk, 2016. – V. 1. – P. 233–240. doi: 10.1109/APEIE.2016.7806458.

9. Davydov A.P., Zlydneva T.P. The Young's interference experiment in the light of the single-photon modeling of the laser radiation // Information Technologies in Science, Management, Social Sphere and Medicine (ITSMSSM 2016). 2016. – P. 208 – 215. doi: 10.2991/itsmssm-16.2016.100.

10. Davydov A.P., Zlydneva T.P. The Modeling of the Young's Interference Experiment in terms of Single-photon wave function in the coordinate representation // Proceedings of the IV International research conference "Information technologies in Science, Management, Social sphere and Medicine", 2017. – P. 257–265. doi: 10.2991/itsmssm-17.2017.54.

11. Давыдов А.П. Дисперсионная интерпретация соотношения неопределенностей для энергии и времени и короткоимпульсное лазерное излучение // Вестник науки и образования Севера-Запада России: электр. журнал, 2017. – Т. 3, № 4. – Режим доступа: URL: <http://vestnik-nauki.ru/wp-content/uploads/2017/12/2017-N4-Davydov.pdf>.

12. Landau L., Peierls R. Quantenelectrodynamik im Konfigurationsraum // Zeit. F. Phys, 1930. – V. 62. – P. 188–198.

13. Терехович В.Э. Существование квантовых объектов. Экспериментальная проверка метафизических установок // Метафизика, 2017. – № 1. – С. 104 – 112.

Сведения об авторах

Давыдов Александр Петрович, кандидат физико-математических наук, доцент МГТУ им. Г.И. Носова. Email: ap-dav@yandex.ru.

Злыднева Татьяна Павловна, кандидат педагогических наук, доцент МГТУ им. Г.И. Носова. Email: tapazl@yandex.ru.

УДК 517.958

Калиев И.А., Сабитова Г.С.

ЗАДАЧА С КОСОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ НЕРАВНОВЕСНОЙ СОРБЦИИ

В работе исследуется система уравнений, моделирующая процесс неравновесной сорбции. Доказывается теорема

существования и единственности решения задачи с косой производной в многомерном случае в гельдеровских классах функций.

Ключевые слова: процесс неравновесной сорбции, задача с косой производной, глобальная однозначная разрешимость.

Kaliev I.A., Sabitova G.S.

OBLIQUE DERIVATIVE PROBLEM FOR THE SYSTEM OF EQUATION OF NON-EQUILIBRIUM SORPTION

In this paper, we study a system of equations that simulates the process of non-equilibrium sorption. The existence and uniqueness theorem for the solution of the oblique derivative problem in the multidimensional case in the Holder classes of functions is proved.

Keywords: process of non-equilibrium sorption, oblique derivative problem, global single-valued solvability.

Введение. Практически все жидкости, встречающиеся в природе, представляют собой растворы, т.е. смеси двух или более веществ (компонентов). Фильтрация в пористых средах жидкостей и газов, содержащих ассоциированные с ними (растворенные, взвешенные) твердые вещества, сопровождается диффузией этих веществ и массообменом между жидкой (газовой) и твердой фазами. Наиболее распространенными видами массообмена являются сорбция и десорбция, ионный обмен, растворение и кристаллизация, кольматация, сульфатация и суффозия, парафинизация. С учетом особенностей физико-химического взаимодействия растворов с породами пласта рассматриваются задачи равновесной и неравновесной сорбции.

Пусть $m(x, t)$ – пористость среды, $0 < m(x, t) \leq 1$; поровое пространство заполнено раствором и твердой фазой, выпавшей в осадок из раствора; $c(x, t)$ – массовая концентрация вещества в жидкой фазе (на единицу объема раствора); $s(x, t)$ – массовая концентрация твердой фазы, выпавшей в осадок (на единицу объема пор).

В равновесных условиях, когда контакт между раствором и твердой фазой поддерживается достаточно длительное время, соотношение между концентрациями $c(x, t)$ в растворе и на сорбенте $s(x, t)$ определяется изотермой сорбции. При малых концентрациях

раствора, величина абсорбции определяется линейной зависимостью – изотермой Генри $s = \Gamma c$, где $\Gamma > 0$ – некоторая постоянная величина, зависящая от физико-химических свойств среды (постоянная Генри).

Уравнения равновесной сорбции не всегда могут полностью характеризовать особенности поглощения и обмена веществ в двухфазной системе раствор – твердая фаза. В работах [1-3] были предложены математические модели для описания процессов неравновесной сорбции. При этом концентрация s твердой фазы связывается с концентрацией c в жидкой фазе уравнением

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{1}{\tau} (\Gamma c - s), \quad (1)$$

где положительная постоянная τ – характерное время релаксации, Γ – постоянная Генри. Концентрация c вещества в растворе удовлетворяет уравнению

$$m \frac{\partial c}{\partial t} = D \Delta c - \mathbf{v} \cdot \nabla c - \frac{\partial s}{\partial t}, \quad (2)$$

где $D(x, t) > 0$ – коэффициент диффузии, $\mathbf{v}(x, t)$ – вектор скорости фильтрации, которые считаются известными функциями указанных аргументов; Δ – оператор Лапласа, ∇ – градиент, $\mathbf{v} \cdot \nabla c$ – означает скалярное произведение векторов \mathbf{v} и ∇c .

В [4] доказана глобальная однозначная разрешимость первой начально-краевой задачи для системы (1)-(2). В [5-6] сформулирована разностная аппроксимация дифференциальной задачи по неявной схеме, построено решение разностной задачи с помощью метода прогонки, приведены результаты численных экспериментов.

Постановка задачи и формулировка основного результата. В настоящей работе рассматривается задача с косой производной для системы уравнений (1)-(2), описывающей процесс неравновесной сорбции.

Пусть Ω – ограниченная область n -мерного пространства R^n с достаточно гладкой границей $S = \partial\Omega$, $Q_T = \Omega \times (0, T)$, $T > 0$; $S_T = S \times (0, T)$ – боковая поверхность цилиндра Q_T . Требуется найти функции $c(x, t)$, $s(x, t)$, определенные в области Q_T удовлетворяющие в Q_T уравнениям (1), (2), начальным условиям

$$c(x, 0) = c_0(x), \quad x \in \Omega, \quad (3)$$

$$s(x, 0) = s_0(x), \quad x \in \Omega, \quad (4)$$

и граничному условию с косою производной

$$\sum_{i=1}^n b_i(x, t) \frac{\partial c(x, t)}{\partial x_i} = 0, \quad (x, t) \in S_T. \quad (5)$$

Предположим, что векторное поле $\mathbf{b}(x, t) = (b_1(x, t), b_2(x, t), \dots, b_n(x, t))$ ни в одной точке не лежит в касательной плоскости к S и $\mathbf{b} \cdot \mathbf{n} \leq -\varepsilon < 0$, где $\mathbf{n}(\xi)$ – единичный вектор внешней нормали к S в точке ξ .

Основным результатом работы является следующая

Теорема. Пусть $0 < \alpha < 1$ – некоторое число, граница области S принадлежит классу Гельдера $C^{2+\alpha}$, коэффициенты m, D, \mathbf{v}

уравнения (2) принадлежат пространствам Гельдера $C^{\alpha, \alpha/2}(\bar{Q}_T)$,

функции $c_0(x) \in C^{2+\alpha}(\bar{\Omega})$, $s_0(x) \in C^\alpha(\bar{\Omega})$, $\mathbf{b}(x, t) \in C^{1+\alpha, (1+\alpha)/2}(\bar{S}_T)$, справедливы условия согласования нулевого порядка

$$\sum_{i=1}^n b_i(x, 0) \frac{\partial c_0(x)}{\partial x_i} = 0, \quad x \in S,$$

и выполнены оценки $0 \leq c_0(x) \leq M$, $0 \leq s_0(x) \leq GM$, $x \in \Omega$. Тогда задача (1)-(5) имеет единственное классическое решение $c(x, t) \in C^{2+\alpha, 1+\alpha/2}(\bar{Q}_T)$, $s(x, t) \in C^{\alpha, 1+\alpha/2}(\bar{Q}_T)$ и справедливы оценки $0 \leq c(x, t) \leq M$, $0 \leq s(x, t) \leq GM$, $(x, t) \in Q_T$.

Доказывается теорема с помощью теоремы Шаудера о неподвижной точке вполне непрерывного оператора на малом промежутке времени. Затем получены оценки, позволяющие продолжить решение до любого конечного значения времени.

Библиографический список

1. Lapidus L., Amundson W.R. Mathematics of adsorption in beds. VI. The effect of longitudinal diffusion in ion exchange and chromatographic columns // J. Phys. Chem. - 1952. – V. 56. – P. 984–988.
2. Coats K.H., Smith B.D. Dead and pore volume and dispersion in porous media // Soc. Petrol. Eng. J. -1964. – V. 4. – N 1. – P. 73–84.

3. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР / Под ред. П.Я. Полубариновой-Кочиной. М.: Наука. - 1969. - 546 с.

4. Калиев И.А., Сабитова Г.С. Об одной задаче неравновесной сорбции // Сибирский журнал индустриальной математики. - 2003. - Т. VI. - № 1 (13). - С. 35–39.

5. Калиев И.А., Мухамбетжанов С.Т., Сабитова Г.С. Численное моделирование процесса неравновесной сорбции // Уфимский математический журнал. -2016. - Т. 8. - № 2. - С. 39–43.

6. Kaliev I.A., Mukhambetzhonov S.T., Sabitova G.S. Mathematical Modeling of Non-Equilibrium Sorption // Far East Journal of Mathematical Sciences (FJMS). - 2016. - V. 99. - N 12. - P. 1803–1810.

Сведения об авторах

Ибрагим Адиевич Калиев, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического анализа СФ БашГУ. E-mail address: kalievia@mail.ru.

Гульнара Сагындыковна Сабитова, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной информатики и программирования СФ БашГУ. E-mail address: sabitovags@mail.ru.

УДК 517.956.25

Кожевникова Л.М.

ОБ ЭНТРОПИЙНЫХ РЕШЕНИЯХ АНИЗОТРОПНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ДАННЫМИ В ВИДЕ МЕРЫ В НЕОГРАНИЧЕННЫХ ОБЛАСТЯХ

В работе изучается задача Дирихле для анизотропного эллиптического уравнения с переменными показателями нелинейностей и диффузной мерой Радона. В произвольных областях доказаны существование и единственность энтропийного решения.

Ключевые слова: квазилинейное эллиптическое уравнение, энтропийное решение, ренормализованное решение, единственность решения, существование решения, переменный показатель, задача Дирихле, данные в виде меры.

Kozhevnikova L.M.

**ABOUT ENTROPY SOLUTIONS OF ANISOTROPIC
ELLIPTIC EQUATIONS WITH MEASURE DATA IN
UNBOUNDED DOMAINS**

The Dirichlet problem for an anisotropic elliptic equation with variable nonlinearities and diffuse Radon measure is studied in this paper. The existence and uniqueness of the entropy solution are proved in arbitrary domains.

Keywords: quasilinear elliptic equation, entropy solution, renormalized solution, uniqueness of the solution, existence of a solution, variable exponents, Dirichlet problem, data as a measure.

Пусть Ω – произвольная область пространства \mathbf{R}^n , $n \geq 2$.
Рассматривается задача Дирихле для уравнения вида

$$-\operatorname{div} a(x, \nabla u) + b(x, u) + |u|^{p_0(x)-2} u = \mu, \quad x \in \Omega, \quad (1)$$

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \quad (2)$$

с ограниченной диффузной мерой Радона μ в качестве правой части.
Здесь $a(x, s) = (a_1(x, s), \dots, a_n(x, s)) : \Omega \times \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$, $b(x, s_0) : \Omega \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$.

Концепция ренормализованных решений является основным шагом для изучения общих вырождающихся эллиптических уравнений с данными в виде меры. Первоначальное определение дано в [2] и расширено М.Ф. Видаут-Верон в локальную форму в [1].

Для уравнений со степенной нелинейностью

$$-\operatorname{div} a(x, \nabla u) = \mu, \quad (3)$$

в [2], [3] доказаны устойчивость и существование ренормализованных решений задачи Дирихле в ограниченных областях. В [4] для уравнения (3) установлены существование и единственность ренормализованного решения задачи Дирихле в произвольной области Ω . Подробный обзор результатов для квазилинейных вырождающихся уравнений со степенными нелинейностями и данными в виде меры см. в монографии L. Veron [6].

В настоящее время широко изучаются дифференциальные уравнения и вариационные задачи, связанные с условиями $p(x)$ -роста. Интерес к исследованию был вызван тем фактом, что такие уравнения могут быть использованы для моделирования различных явлений, возникающих при изучении электрогеологических и

термореологических жидкостей, эластичности и восстановления изображений.

Обозначим $C^+(\bar{\Omega}) = \{p \in C(\bar{\Omega}) : 1 < p^- \leq p^+ < +\infty\}$,

где $p^- = \inf_{x \in \Omega} p(x)$, $p^+ = \sup_{x \in \Omega} p(x)$. Пусть $p(\cdot) \in C^+(\bar{\Omega})$, определим лебегово пространство с переменным показателем $L_{p(\cdot)}(\Omega)$ как множество измеримых функций $v : \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ таких, что:

$$\rho_{p(\cdot), \Omega}(v) = \int_{\Omega} |v(x)|^{p(x)} dx < \infty.$$

Норма Люксембурга в пространстве $L_{p(\cdot)}(\Omega)$ определяется равенством $\|v\|_{L_{p(\cdot)}(\Omega)} = \|v\|_{p(\cdot), \Omega} = \inf \{k > 0 \mid \rho_{p(\cdot), \Omega}(v/k) \leq 1\}$

Пространство Соболева с переменным показателем $H^{\circ}_1{}^1_{p(\cdot)}(\Omega)$ определим как пополнение пространства $C^{\infty}_0(\Omega)$ по норме $\|v\|_{H^{\circ}_1{}^1_{p(\cdot)}(\Omega)} = \|\nabla v\|_{p(\cdot), \Omega}$.

Множество ограниченных мер Радона обозначим $M^b(\Omega)$. Мера $\mu \in M^b(\Omega)$ называется диффузной, если $\mu(E) = 0$ для любого E такого, что $\text{Cap}_{p(\cdot)}(E, \Omega) = 0$. Здесь $p(\cdot)$ -емкость подмножества E по отношению к области Ω определяется

$$\text{Cap}_{p(\cdot)}(E, \Omega) = \inf_{S_{p(\cdot)}(E)} \rho_{p(\cdot), E}(\|\nabla v\|),$$

$$S_{p(\cdot)}(E) = \left\{ v \in H^{\circ}_1{}^1_{p(\cdot)}(\Omega) \cap C_0(\Omega) \mid v(x) = 1, x \in E; v(x) \geq 0, x \in \Omega \right\}.$$

Через $M^b_{p(\cdot)}(\Omega)$ обозначим пространство всех ограниченных мер Радона диффузных по $p(\cdot)$ -емкости. В случае ограниченной области Ω в работе [5] доказано, что $\mu \in M^b_{p(\cdot)}(\Omega)$ тогда и только тогда, когда $\mu \in L_1(\Omega) + H^{-1}_{p'(\cdot)}(\Omega)$, т.е.

$$\mu = f - \text{div } f, f \in L_1(\Omega), f = (f_1, \dots, f_n) \in (L_{p'(\cdot)}(\Omega))^n, p'(x) = p(x)/(p(x)-1).$$

В работе [7] для уравнения вида (3) с переменным показателем нелинейности доказаны существование и единственность энтропийного решения задачи Дирихле в ограниченных областях Ω .

Пусть $\vec{p}(\cdot) = (p_1(\cdot), \dots, p_n(\cdot))$, $\vec{p}(\cdot) = (p_0(\cdot), \vec{p}(\cdot)) \in (C^+(\overline{\Omega}))^{n+1}$, положим $p_+(x) = \max_{i=1, n} p_i(x)$, $x \in \Omega$.

Будем считать, что

$$p_+(x) \leq p_0(x), \quad x \in \Omega. \quad (4)$$

Предполагается, что функции $a_i(x, s)$, $i = 1, \dots, n$, $b(x, s_0)$, входящие в уравнение (1) каратеодориевы, функция $b(x, s_0)$ не убывает по $s_0 \in \mathbf{R}$ и $b(x, 0) = 0$. Существуют $\hat{a}, \bar{a} > 0$ и неотрицательные измеримые функции $\Phi_i \in L_{p_i(\cdot)}(\Omega)$, $i = 1, \dots, n$, $\varphi \in L_1(\Omega)$ такие, что при п.в. $x \in \Omega$, для всех $s_0 \in \mathbf{R}$, $s, t \in \mathbf{R}^n$ справедливы неравенства:

$$|a(x, s)| \leq \hat{a}(P(x, s))^{1/p_i(x)} + \Phi_i(x), \quad i = 1, \dots, n; \quad (5)$$

$$(a(x, s) - a(x, t)) \cdot (s - t) > 0, \quad s \neq t; \quad (6)$$

$$a(x, s) \cdot s \geq \bar{a}P(x, s) - \varphi(x), \quad (7)$$

где $P(x, s) = \sum_{i=1}^n |s_i|^{p_i(x)}$, $s \cdot t = \sum_{i=1}^n s_i t_i$.

Кроме того, будем считать, что для любого $k > 0$

$$\sup_{|s_0| \leq k} |b(x, s_0)| \in L_1(\Omega). \quad (8)$$

Анизотропные пространства Соболева с переменными показателями $H^{\circ}_{\vec{p}(\cdot)}(\Omega)$, $W^{\circ}_{\vec{p}(\cdot)}(\Omega)$ определим как пополнения пространства $C_0^{\infty}(\Omega)$, соответственно, по нормам

$$\|v\|_{H^{\circ}_{\vec{p}(\cdot)}(\Omega)} = \sum_{i=1}^n \|v_{x_i}\|_{p_i(\cdot), \Omega}, \quad \|v\|_{W^{\circ}_{\vec{p}(\cdot)}(\Omega)} = \|v\|_{H^{\circ}_{\vec{p}(\cdot)}(\Omega)} + \|v\|_{p_0(\cdot), \Omega}.$$

В настоящей работе рассматривается

$$\mu = f - \operatorname{div} f, \quad f \in L_1(\Omega), \quad f = (f_1, \dots, f_n) \in H^{-1}_{\vec{p}(\cdot)}(\Omega), \quad (9)$$

где $H_{\bar{p}(\cdot)}^{-1}(\Omega)$ – пространство сопряженное с $\overset{\circ}{H}_{\bar{p}(\cdot)}^1(\Omega)$. По аналогии с [6] будем называть такую меру диффузной. Вводя обозначение $\tilde{a}(x, s_0, s) = a(x, s_0, s) + f$, получаем уравнение

$$-\operatorname{div} \tilde{a}(x, \nabla u) + b(x, u) + |u|^{p_0(x)-2} u = f$$

с функцией $\tilde{a}(x, s)$, удовлетворяющей условиям вида (5)-(7). Поэтому достаточно рассмотреть уравнение (1) с

$$\mu = f, \quad f \in L_1(\Omega). \quad (10)$$

$$\text{Положим } T_k(r) = \begin{cases} k, & r > k, \\ r, & |r| \leq k, \\ -k, & r < -k, \end{cases} \quad \langle v \rangle = \int_{\Omega} v dx.$$

Через $\overset{\circ}{T}_{\bar{p}(\cdot)}^1(\Omega)$ обозначим множество измеримых функций $u : \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ таких, что при любом $k > 0$ $T_k(u) \in \overset{\circ}{W}_{\bar{p}(\cdot)}^1(\Omega)$.

Определение. Энтропийным решением задачи (1), (2), (10) называется функция $u \in \overset{\circ}{T}_{\bar{p}(\cdot)}^1(\Omega)$ такая, что

1) $b(x, u) \in L_1(\Omega)$;

2) при всех $k > 0$, $\xi \in C_0^1(\Omega)$ справедливо неравенство

$$\left\langle (b(x, u) + |u|^{p_0(x)-2} u + f) T_k(u - \xi) \right\rangle + \langle a(x, \nabla u) \cdot \nabla T_k(u - \xi) \rangle \leq 0.$$

Теорема. Пусть выполнены условия (4)-(8), тогда существует единственное энтропийное решение задачи (1), (2), (9).

Библиографический список

1. Bidaut-Véron M.F. Removable singularities and existence for a quasilinear equation with absorption or source term and measure data // Adv. Nonlinear Stud. - 2003. - V. 3. - P. 25–63.
2. Dal Maso G., Murat F., Orsina L., Prignet A. Renormalized solutions of elliptic equations with general measure data // Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. - 1999. - V. 28. - №4. - P. 741–808.
3. Malusa A. A new proof of the stability of renormalized solutions to elliptic equations with measure data // Asymptotic Analysis. - 2005. - V. 43. - P. 111–129.

4. Malusa A., Porzio M.M. Renormalized solutions to elliptic equations with measure data in unbounded domains // *Nonlinear Analysis*. - 2007. - V. 67. P. 2370–2389.

5. Nyanquini I., Ouaro S., Soma S. Entropy solution to nonlinear multivalued elliptic problem with variable exponents and measure data // *Annals of the University of Craiova, Mathematics and Computer Science Series*. - 2013. - V. 40. - №2. - P. 1–25.

6. Véron L. Local and global aspects of quasilinear degenerate elliptic equations. New Jersey: World Scientific. - 2017. - PP. 473.

7. Zhang C., Zhou S. Entropy and renormalized solutions for the $p(x)$ -laplacian equation with measure data // *Bull. Aust. Math. Soc.* - 2010. - V. 82. - P. 459–479

Сведения об авторе

Кожевникова Лариса Михайловна, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математического анализа. E-mail: kosul@mail.ru

УДК 517.9

Мугланов А.Л.

МЕТОД СПУСКА АДАМАРА И ДВУХТОЧЕЧНАЯ ФОРМУЛА СРЕДНЕГО ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ ЛОБАЧЕВСКОГО

Получены двухточечные формулы среднего значения для эллиптического уравнения в пространстве Лобачевского с помощью метода спуска Адамара.

Ключевые слова: формула среднего значения, волновое уравнение, оператор Лапласа-Бельтрами.

Muglanov A.L.

THE HADAMARD DESCENT METHOD AND THE TWO-POINT FORMULA OF THE MEAN VALUE FOR AN ELLIPTIC EQUATION IN LOBACHEVSKY SPACE

Two-point formulas of the mean value for an elliptic equation in Lobachevsky space with the help of the Hadamard descent method are obtained.

Key words: mean value formula, wave equation, Beltrami operator.

Введение

В различных разделах науки и прикладных задачах терминам «теорема о среднем значении», «формула среднего значения» часто придают несколько разнородные значения. Тем не менее множество результатов полученных для различных типов уравнений объединяет то, что в них участвует среднее значение функции по некоторому множеству, будь то конечный набор точек, как в формуле среднего для уравнения колебаний струны, сфера, как в формуле среднего для гармонической функции [4], пара сфер, как в теореме Асгейрссона [8] или же множество, устроенное более сложным образом. Большую известность получили теоремы о среднем для эллиптических уравнений. Базовым для использования в приложениях является следующий классический результат (см., напр., [4], [8]), восходящий к Гауссу: для того, чтобы непрерывная в области $\Omega \subset R^n$ функция $u(x)$ была гармонической в Ω , необходимо и достаточно, чтобы для всякой точки $x \in \Omega$ и всякого значения $\delta > 0$, такого, что замыкание шара $B(x, \delta) = \{\xi \in R^n : |\xi - x| < \delta\}$ вложено в Ω , ее значение в точке x было равно ее среднему значению по сфере $S(x, \delta) = \{\xi \in R^n : |\xi - x| = \delta\}$:

$$Q(u, x, \delta) = \frac{1}{|S_n| \delta^{n-1}} \int_{S(x, \delta)} u(\xi) d\omega_\xi = u(x),$$

где

$$|S_n| = 2\pi^{n/2} / \Gamma(n/2) \quad (1)$$

— площадь поверхности единичной сферы в пространстве R^n . Это утверждение называют теоремой (Гаусса) о среднем для уравнения Лапласа. Этот факт обобщается на эллиптические уравнения более общего вида. Теорема о среднем переносится и на обыкновенные дифференциальные уравнения. Следует также отметить работы [2], [3], [13], где существенно ослаблено условие обратной теоремы о среднем для гармонической функции. Среди теорем о среднем для гиперболических уравнений наиболее известна упомянутая выше теорема Асгейрссона. Известна также теорема о среднем А.В. Бицадзе и А.М. Нахушева [1] для волнового уравнения. В настоящей работе из формулы среднего для волнового уравнения в пространстве Лобачевского выводится двухточечная формула среднего для эллиптического уравнения в этом пространстве.

Теорема о среднем значении для волнового уравнения в евклидовом пространстве

Рассмотрим в пространстве R^{n+1} пару точек $(\chi^{(j)}, \tau^{(j)})$, $j=1, 2$, где $\chi^{(j)} = (\chi_1^{(j)}, \chi_2^{(j)}, \dots, \chi_n^{(j)})$, $j=1, 2$, удовлетворяющих условию

$$|\chi^{(1)} - \chi^{(2)}| < |\tau^{(1)} - \tau^{(2)}|. \quad (2)$$

Построим матрицу A по следующему правилу. Зафиксируем некоторый индекс $i \in \{1, \dots, n\}$ и положим

$$a_{ij} = \frac{\chi_j^{(1)} - \chi_j^{(2)}}{|\chi^{(1)} - \chi^{(2)}|}, \quad j = 1, \dots, n.$$

Остальные элементы этой матрицы построим из условий

$$AA^T = I, \quad \det A = 1,$$

где A^T — матрица, транспонированная к матрице A , I — единичная матрица. Пусть A_i обозначает матрицу, полученную из матрицы A заменой i -го столбца нулями. Следуя [1], введем оператор усреднения S_τ по формуле:

$$S^n v = S_\tau^n v = \gamma(n) \int_{|\xi|=\tau} v(\eta, \sigma) d\omega_\xi, \quad |\chi^{(1)} - \chi^{(2)}| > 0, \quad (3)$$

где $\gamma(n) = \sqrt{\pi^{1-n}}$,

$$\eta = \frac{|\tau^{(1)} - \tau^{(2)}| \xi_i (\chi^{(1)} - \chi^{(2)})}{|\chi^{(1)} - \chi^{(2)}| \sqrt{(\tau^{(1)} - \tau^{(2)})^2 - |\chi^{(1)} - \chi^{(2)}|^2}} + \frac{\chi^{(1)} + \chi^{(2)}}{2} + A_i \xi,$$

$d\omega_\xi$ — элемент площади поверхности сферы $|\xi|=t$ в R^n . При $\chi^{(1)} = \chi^{(2)}$ оператор S_τ определим формулой

$$S^n = S_\tau^n v = \gamma(n) \int_{|\xi|=\tau} v \left(\chi^{(2)} + \xi, \frac{\tau^{(1)} + \tau^{(2)}}{2} \right) d\omega_\xi. \quad (4)$$

Далее введем оператор B_τ по формулам

$$B^n v = B_\tau^n v = \tau \left(\frac{\partial}{2\tau \partial \tau} \right)^{\frac{n-1}{2}} \frac{1}{\tau} S_\tau v, \quad n = 1(\bmod 2), \quad (5)$$

$$B^n v = B_\tau^n v = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\partial}{2\tau \partial \tau} \right)^{\frac{n}{2}} \int_0^\tau \frac{S_\tau v d\theta}{\sqrt{\tau^2 - \theta^2}}, \quad n = 0(\bmod 2), \quad (6)$$

Теорема 1. (теорема о среднем для волнового уравнения [1]). Если функция $v(\chi_1, \dots, \chi_n, \tau)$ является регулярным решением волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 v}{\partial \chi_k^2}, \quad (7)$$

то для любой пары точек $(\chi^{(j)}, \tau^{(j)})$, $j = 1, 2$, удовлетворяющих условию (2), имеет место равенство

$$v(\chi^{(1)}, \tau^{(1)}) + v(\chi^{(2)}, \tau^{(2)}) = B_\rho v, \quad (8)$$

$$\rho = \sqrt{\Delta \tau^2 - |\Delta \chi|^2} / 2, \quad \Delta \tau = \tau^{(1)} - \tau^{(2)}, \quad \Delta \chi = \chi^{(1)} - \chi^{(2)}.$$

Для достаточно гладких функций имеет место утверждение, обратное к теореме 1. Пусть

$$l = \max \left\{ n - 1, \frac{n+3}{2} \right\}, \quad n = 1(\bmod 2), \quad (9)$$

$$l = \max \left\{ n, \left[\frac{n+3}{2} + 1 \right] \right\}, \quad n = 0(\bmod 2). \quad (10)$$

Теорема 2. (обратная теорема о среднем для волнового уравнения [12]). Пусть функция $v(\chi, \tau) \in C^l(\mathbb{R}^{n+1})$ для любой пары точек $(\chi^{(j)}, \tau^{(j)})$, $j = 1, 2$, удовлетворяющих условию (2), удовлетворяет и соотношению (8). Тогда она является регулярным решением волнового уравнения (7).

Волновое уравнение в пространстве Лобачевского и преобразования П. Лакса и Р. Филлипса

Рассмотрим реализацию геометрии Лобачевского на полупространстве

$$R_+^n = \{x = (x_1, \dots, x_{n-1}, x_n) = (x', x_n) : x_n > 0\}, \quad n \geq 2,$$

с метрикой

$$ds^2 = dx^2/x_n^2, \quad (11)$$

где $dx = (dx_1, \dots, dx_{n-1}, dx_n) = (dx', dx_n)$, $dx^2 = dx \cdot dx = dx_1^2 + \dots + dx_n^2$. Эту модель геометрии Лобачевского будем обозначать Π . Иными словами, компоненты метрического (контравариантного) тензора и обратного метрического (ковариантного) тензора в нашем случае соответственно имеют вид

$$g_{ij} = \delta_{ij}/x_n^2, g^{ij} = \delta_{ij}x_n^2, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad (12)$$

где δ_{ij} — символ Кронекера. Как известно (см., напр., [5]), оператор Лапласа-Бельтрами в метрике $\|g_{ij}\|$ определяется формулой

$$\Delta_\omega = \frac{1}{\sqrt{|g|}} \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{j=1}^n g^{ik} \sqrt{|g|} \frac{\partial}{\partial_j}, \quad (13)$$

где $g = \det\|g_{ij}\|$. В метрике (12) оператор Лапласа-Бельтрами имеет вид

$$\Delta_\omega = x_n^2 \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial}{\partial x_j^2} + x_n^n \frac{\partial}{\partial x_n} \left(x_n^{2-n} \frac{\partial}{\partial x_n} \right). \quad (14)$$

Мы рассмотрим волновое уравнение в пространстве Лобачевского, которое имеет вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \Delta_\omega u + \left(\frac{n-1}{2} \right)^2 u. \quad (15)$$

Это уравнение рассматривалось П.Лаксом и Р.Филлипсом в рамках теории рассеяния [10]. Оно также изучалось И.А.Киприяновым и Л.А.Ивановым (см. [6], [7], [9]). Этими авторами уточнено понятие волнового уравнения в пространстве с постоянной кривизной. Следуя этим авторам, мы называем уравнение (15) волновым уравнением в пространстве Лобачевского.

Введем в рассмотрение отображение $\Pi \times R \rightarrow R^{n+1}$ с помощью формул

$$s = e^t \quad (16)$$

$$\tau = \tau(x, t) = \frac{s}{2} \left(\frac{1}{x_n} + x_n + \frac{|x'|^2}{x_n} \right), \quad (17)$$

$$x_n = x_n(x, t) = \frac{s}{2} \left(\frac{1}{x_n} - x_n - \frac{|x'|^2}{x_n} \right), \quad (18)$$

$$\chi' = \chi'(x, t) = s \frac{x'}{x_n}, \quad (19)$$

где $|x'| = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_{n-1}^2}$, $\chi' = (\chi_1, \dots, \chi_{n-1})$, $\chi = (\chi', \chi_n)$.

Заметим, что неравенство

$$|\chi|^2 < \tau^2 \quad (20)$$

в терминах переменных (x, t) равносильно неравенству $x_n^2 > 0$, которое выполняется для всех точек $(x, t) \in \Pi \times R$. Поэтому отображение, определенное с помощью равенств (16)–(19), осуществляет взаимно однозначное соответствие между пространством $\Pi \times R$ и конусом в пространстве R^{n+1} , определяемым условием (20).

Обратные преобразования задаются формулами

$$x' = \frac{\chi'}{\tau + \chi_n}. \quad (21)$$

$$x_n = \frac{\sqrt{\tau^2 - |\chi|^2}}{\tau - \chi_n}. \quad (22)$$

$$t = \ln \sqrt{\tau^2 - |\chi|^2} \quad (23)$$

Кроме преобразований переменных (16) — (19) и обратных к ним (21) — (23), введем также замену функции

$$v(\chi, \tau) = \left(\tau^2 - |\chi|^2 \right)^{(1-n)/4} u(x(\chi, \tau), t(\chi, \tau)). \quad (24)$$

Преобразования (16) — (19), обратные к ним (21) — (23), а также (24) введены при $n = 2$ в [10]. Поэтому уместно называть их преобразованиями Лакса-Филлипса.

Теорема 3. *Функция $u(x, t)$ тогда и только тогда является регулярным решением волнового уравнения (15) в пространстве Лобачевского, когда функция*

$$v(\chi, \tau) = \left(\tau^2 - |\chi|^2 \right)^{(1-n)/4} u(x(\chi, \tau), t(\chi, \tau)). \quad (24)$$

полученная из u с помощью преобразований Лакса-Филлипса, является регулярным решением волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial^2 v}{\partial \chi_k^2} \quad (7)$$

в конусе $|\chi| < |\tau|$ пространства R^{n+1} переменных

$$\chi = (\chi_1, \dots, \chi_n), \quad \tau.$$

В [11] эта теорема доказана по схеме П. Лакса и Р. Филлипса.

Теорема о среднем значении для волнового уравнения в пространстве Лобачевского

Теорема 4. Пусть функция $u(x, t)$ является регулярным решением волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \Delta_\omega u + \left(\frac{n-1}{2}\right)^2 u \quad (15)$$

в пространстве Лобачевского. Пусть

$(x^{(j)}, t^{(j)}) = (x_1^{(j)}, \dots, x_{n-1}^{(j)}, x_n^{(j)}, t^{(j)}) = (x'^{(j)}, x_n^{(j)}, t^{(j)})$, $j = 1, 2$ — пара точек в пространстве $\Pi \times R$, удовлетворяющая условию

$$\left(x_n^{(2)} e^{t^{(1)}} - x_n^{(1)} e^{t^{(2)}}\right) \left(x_n^{(1)} e^{t^{(1)}} - x_n^{(2)} e^{t^{(2)}}\right) - e^{t^{(1)}+t^{(2)}} |\Delta x'|^2 > 0. \quad (25)$$

Тогда справедливо равенство (формула среднего значения)

$$e^{t^{(1)}(1-n)/2} u(x^{(1)}, t^{(1)}) + e^{t^{(2)}(1-n)/2} u(x^{(2)}, t^{(2)}) = B_p^n(fu), \quad (26)$$

где

$$f = \left(\tau^2 - |\chi|^2\right)^{(1-n)/4}, \quad (27)$$

$\chi^j = \chi(x^{(j)}, t^{(j)})$, $\tau^j = \tau(x^{(j)}, t^{(j)})$, $j = 1, 2$, $u = u(x, t) = u(x(\chi, \tau), t(\chi, \tau))$,

оператор B_p^n определен формулами (5) и (6). Обратно: если функция

$u(x, t) \in C^l(\Pi \times R)$, где l определяется формулами (9) и (10), удовлетворяет формуле среднего (26), то она является регулярным решением волнового уравнения (15) в пространстве Лобачевского.

Эта теорема является аналогом теоремы 1 для волнового уравнения в пространстве Лобачевского, доказательство которой приведено в [11].

Метод спуска Адамара и двухточечная теорема о среднем значении для уравнения Лапласа в евклидовом пространстве

Теорема 5. (двухточечная теорема о среднем для гармонической функции). Пусть область $\Omega \subset R^n$, в которой функция $v(\chi)$ гармонична, содержит точки $\chi^{(1)}$ и $\chi^{(2)}$, $|\chi^{(1)} - \chi^{(2)}| < r$. Пусть область, ограниченная эллипсоидом Φ , определенным (в подходящей системе координат) уравнением

$$\frac{4\left(v - \frac{\alpha_1}{2}\right)}{r^2} + \frac{4(\xi_2^2 + \dots + \xi_n^2)}{r^2 - \alpha_1^2} = 1,$$

вместе со своим замыканием лежит в области Ω . Тогда справедлива двухточечная формула среднего значения

$$v(\chi^{(1)}) + v(\chi^{(2)}) = B_p v$$

Метод спуска Адамара и двухточечная формула среднего значения для эллиптического уравнения в пространстве Лобачевского

Применим теперь метод спуска Адамара к формуле среднего (26). Пусть функция $u = u(x)$ является регулярным решением уравнения

$$\Delta_\omega u + \left(\frac{n-1}{2}\right)^2 u = 0. \quad (28)$$

В соответствии с методом спуска Адамара введем фиктивную переменную t , полагая

$$u(x, t) = u(x, 0) = u(x), t \in R. \quad (29)$$

Тогда формально функция $u(x, t)$ удовлетворяет волновому уравнению (15) в пространстве Лобачевского. Поэтому она удовлетворяет и формуле среднего (26). В этой формуле $t^{(1)}$ и $t^{(2)}$ уже должны восприниматься как два значения параметра, удовлетворяющие условию (25). Фактически мы доказали двухточечную формулу среднего для уравнения (28): для любых двух точек $x^{(1)}, x^{(2)} \in \Pi$ и любых двух значений $t^{(1)}$ и $t^{(2)} \in R$, удовлетворяющих условию

$$\left(x_n^{(2)} e^{t^{(1)}} - x_n^{(1)} e^{t^{(2)}}\right) \left(x_n^{(1)} e^{t^{(1)}} - x_n^{(2)} e^{t^{(2)}}\right) - e^{t^{(1)} + t^{(2)}} |\Delta x|^2 > 0, \quad (25')$$

регулярное решение $u(x)$ уравнения (28) удовлетворяет формуле среднего значения

$$e^{t^{(1)}(1-n)/2} u(x^{(1)}, t^{(1)}) + e^{t^{(2)}(1-n)/2} u(x^{(2)}, t^{(2)}) = B_p^n(fu). \quad (26')$$

Библиографический список

1. Бицадзе А.В. Нахушев А.М. К теории уравнений смешанного типа в многомерных областях // Дифференциальные уравнения. –1974. – Т.10, N 12. – С. 2184 – 2191.
2. Волчков В.В. Новые теоремы о двух радиусах в теории гармонических функций // Известия РАН. Серия мат. – 1994. – Т. 58, №1. – С. 192 – 194.
3. Волчков В.В. Окончательный вариант теоремы о среднем в теории гармонических функций // Математические заметки. – 1996. – Т. 59, №3. – С. 351 – 358.
4. Гилбарг Д. Трудингер П. Эллиптические дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка. - М.: Наука, 1989. – 464 с.
5. Ибрагимов Н.Х. Группы преобразований в математической физике. - М.: Наука, 1983. – 280с.
6. Иванов Л.А. О формулах Кирхгофа в симметрических пространствах ранга 1 // Доклады АН СССР. – 1981. – Т.247, N4. – С.783 –785.
7. Иванов Л.А. О волновом уравнении в римановом пространстве с постоянной кривизной // Краевые задачи для нелинейных уравнений. II: Сб.тр. - Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1982. – С.137– 139.
8. Йон Ф. Плоские волны и сферические средние. М.: Издательство иностранной литературы, 1958. – 158 с.
9. Киприянов И.А. Иванов Л.А. О волновом уравнении в римановом пространстве// Общая теория граничных задач. – Киев, 1983. – С. 89 – 94.
10. Лакс, П. Филлипс. Р Теория рассеяния для автоморфных функций. - М.: Мир, 1979. – 326 с.
11. Мугланов А.Л, Половинкин И.П., Половинкина М.В. Двухточечная формула среднего значения для эллиптического уравнения в пространстве Лобачевского // Вопросы науки, – 2017. – №2. –С. 82–98
12. Половинкин, И.П. Обращение теоремы о среднем значении для волнового уравнения // Дифференциальные уравнения. – 1991. – Т.27, N 11. – С.1987–1990.
13. Zalcman, L. Offbeat integral geometry // Amer. Math. Monthly. –1980. – V. 87, N 3. – P. 161 – 175.

Сведения об авторах

Мугланов Артём Леонидович, аспирант ВГУ. Email: muglanov_artem@mail.ru.

УДК 536.46

Садриддинов П.Б.

**ОДИН ИЗ СПОСОБОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАВНОВЕСНОЙ
ТЕМПЕРАТУРЫ И ТЕМПЕРАТУРЫ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ ПРИ
ФИЛЬТРАЦИОННОМ ГОРЕНИИ ГАЗОВ**

Анализируется, расчетные зависимости равновесное температура, температуры воспламенения от скорости вдува газа при разной процентной содержание метана в смеси. Показано, что при увеличение процентной содержание метана в смеси температура воспламенения уменьшается, а равновесная температура при этом увеличивается, то есть при увеличения метана в смеси равновесная температура тоже увеличивается.

Ключевые слова: метан, анализ, равновесной температура, температуры воспламенения, скорость вдува.

Sadriddinov P. B.

**ONE OF THE WAYS OF DETERMINING THE EQUILIBRIUM
TEMPERATURE AND THE IGNITION TEMPERATURE AT
FILTRATION GAS COMBUSTION**

The calculated dependences of the equilibrium temperature, the ignition temperature on the gas injection rate at different percentages of methane in the mixture are analyzed. It is shown that with an increase in the percentage of methane in the mixture, the ignition temperature decreases, and the equilibrium temperature increases, that is, with an increase in methane in the mixture, the equilibrium temperature also increases.

Keywords: methane, analysis, equilibrium temperature, ignition temperature, injection speed,

Работа посвящено анализу изучения равновесная температура и температура воспламенения от других физико-химического параметров, например от коэффициента теплопроводности и межфазного теплообмена, скорости вдува и др.

Температура воспламенения смеси газов в инертной пористой среде - это температура пористой среды, T_{2in} при которой газ в порах воспламеняется. Эта температура зависит от параметров системы,

например от коэффициентов теплоотвода, теплопроводности, межфазного теплообмена, равновесной температуры и кинетических параметров смеси. Определение многопараметрической зависимости температуры воспламенения в пористых средах является одним из важных задач практики.

Для нахождения таких зависимости, рассматривается следующая математическая модель процесс распространения фронта фильтрационного горения газов (ФГТ) без учета диффузионных явлений [1].

$$\begin{aligned}
 -\rho_2 c_2 u \frac{dT_2}{dx} &= \alpha_2 \lambda_2 \frac{d^2 T_2}{dx^2} + \alpha_c S_c (T_1 - T_2), \\
 \rho_0 c_p (v_0 - u) \frac{dT_1}{dx} &= -\alpha_c S_c (T_1 - T_2) + \rho_0 Q \eta_0 J, \\
 \rho_0 (v_0 - u) \frac{dn}{dx} &= -\rho_0 J, \quad J = nk_0 \exp(-E/RT_1).
 \end{aligned} \tag{1}$$

Анализ системы уравнений (1) проводится на всей действительной оси x со следующим граничными условиями

$$\begin{aligned}
 x = -\infty: \quad T_1 &= T_0, T_2 = T_0, n = 1, \\
 x = \infty: \quad \frac{dT_1}{dx} &= 0, \frac{dT_2}{dx} = 0, n = 0.
 \end{aligned}$$

Для нахождения зависимости температуры воспламенения газа при различных содержания водорода в смеси пористой среды в [2] получена формула

$$T_{2in} = T_0 + \frac{k_1}{k_1 - k_2} (T_e - T_0),$$

где k_1, k_2 - определяются из характеристического уравнения системы (1):

$$k^2 + \left(\frac{\alpha_c S_c}{c_p \rho_0 (v_0 - u)} + \frac{\rho_2 c_2}{\alpha_2 \lambda_2} \right) k + \frac{\alpha_c S_c}{\alpha_2 \lambda_2} \left(\frac{\rho_2 c_2 u}{c_p \rho_0 (v_0 - u)} - 1 \right) = 0.$$

Для определения равновесная температура и температура воспламенения при известных значениях параметров используется программа подбор параметра. В результате получены расчетные кривые зависимости равновесная температура от скорости вдува при различных концентрациях пропана в воздухе (рис. 1). Отметим, что значения скорости волны соответствуют режиму низких скоростей два (PHC2) по классификации новосибирских ученых, то есть

порядка 10^{-3} м/с. С увеличением процентного содержания пропана в смеси от нижнего концентрационного предела до ее верхнего предела равновесная температура увеличивается при каждом значении скорости вдува из диапазона (от 0.5 м/с до 5.5 м/с).

На рис.1. приводятся кривые зависимости равновесная температура T_e от скорости вдува v_{10} при первом порядке скорости химической реакции по недостающему компоненту газовой смеси в случае 2,1; 4,03 и 9,5% метана в смеси.

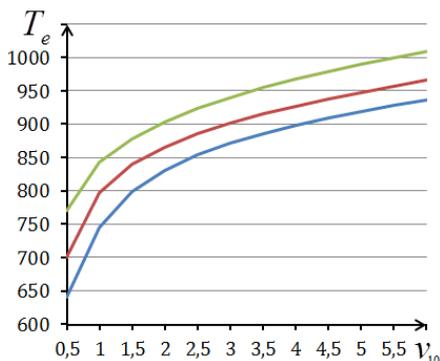


Рис.1. Зависимости $T_e = T_e(v_{10})$ при разном содержания пропана в смеси: снизу вверх 2,1; 4,03 и 9,5%

Библиографический список

1. Лаевский Ю.М., Бабкин В.С. Фильтрационное горения газов. Распространения тепловых волн в гетрогенных средах. Под.ред. Ю.Ш.Матроса. - Новосибирск, 1988, - с.108 - 145.
2. Садриддинов П.Б. Приближенное определение скорости фронта фильтрационного горения газов в инертной пористой среде. // Докл. АН Республики Таджикистан. - 2010, - Т.53, 1. - С.28-33.

Сведения об авторах

Садриддинов Парвиз Бахриддинович, кандидат физико математических наук, заведующий отделом прикладной математики и механики Институт математики им. А.Джураева АН РТ. E-mail: parviz06@list.ru.

Научное издание

**ФИЗИКА
КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ**

***Сборник трудов
Всероссийской научно-практической конференции***

(г. Стерлитамак, 13 – 15 сентября 2018 г.)

Том II

*Лицензия на издательскую деятельность
ЛР № 021319 от 05.01.99 г.*

Подписано в печать 13.09.2018 г. Формат 60x84/16.

Усл.печ. л. 13,8. Уч.-изд. л. 14,4.

Тираж 200 экз. Изд. № 140. Заказ 358.

*Редакционно-издательский центр
Башкирского государственного университета
450076, РБ, г. Уфа, ул. ЗакиВалиди, 32.*

*Отпечатано на множительном участке
Башкирского государственного университета
450076, РБ, г. Уфа, ул. ЗакиВалиди, 32.*